МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СОЦИОНИКЕ

УДК 159.923/9.075

Минаев Ю.П.

ОПЕРАТОРЫ КЛАССИЧЕСКИХ ИНТЕРТИПНЫХ ОТНОШЕНИЙ: ОТ СХЕМ, ТАБЛИЦ И МАТРИЦ К КАНОНИЧЕСКОМУ ПРЕДСТАВЛЕНИЮ В ВИДЕ ПРОИЗВЕДЕНИЯ «БАЗОВЫХ» ОПЕРАТОРОВ

Прослеживается связь между различными представлениями операторов интертипных отношений и соответствующими представлениями соционических типов. Обсуждается преимущество представления операторов, которое предлагается назвать каноническим.

Ключевые слова: соционика, соционические типы, операторы интертипных отношений, матричный формализм, каноническое представление, расширенный «базис» группы операторов.

Введение

Работа Аушры Аугустинавичюте «Теория интертипных отношений» была написана более 35 лет тому назад. Текст этой работы можно найти, например, в книге [1], выпущенной в свет специализированным издательством «Чёрная белка». Соционические типы, или типы информационного метаболизма (ТИМы), были представлены в Теории ИО так называемой моделью «Ю», названной основательницей соционики в честь К.Г. Юнга. А моделями различных видов отношений между ТИМами фактически служили схемы, на которых отрезками прямых соединялись те элементы моделей «Ю» двух коммуникантов, которые «обрабатывали» одинаковые информационные аспекты (ИА).

Уже в этой работе интертипные отношения были чётко разделены на *симметричные* и *асимметричные*. Отдельно говорилось о *гомовертных* и *гетеровертных* ИО. А в приведенных таблицах можно также обнаружить деление на *притягивающие* и *отталкивающие* ИО. В последних двух случаях множество ИО делилось строго пополам, а вот *асимметричных* видов отношений было меньше, чем *симметричных*.

Асимметричные отношения рассматривались в качестве движущей силы социального прогресса. Речь шла о социальном *заказе* и социальном *контроле* (*ревизии*). В дальнейшем стало ясно, что имеет смысл говорить об **операторах** ИО в математическом смысле слова. С помощью этих операторов множество ТИМов отображается само на себя. Можно сказать, что произошёл переход от вопроса: «Какие отношения между двумя заданными ТИМами?» к вопросу: «Кем приходится один ТИМ другому в смысле ИО?».

Такой переход привёл к тому, что были чётко выделены 4 оператора *асимметричных* отношений. Отношения социального заказа «породили» два оператора: З+ (*заказа*) и З– (*подзаказа*), а отношения социального контроля (ревизии) — ещё два: Р+ (*ревизии*) и Р– (*подревизии*). Существуют, правда, несколько отличающиеся и названия, и обозначения для этих операторов. *Симметричных* же операторов ИО насчитывается 12.

На 16-элементом множестве операторов ИО естественным образом задаётся бинарная операция *умножения*, ставящая в соответствие каждой упорядоченной паре элементов этого множества оператор, который является их произведением. Речь идёт о том, как находить ответы на вопросы такого типа: «Кем для меня является *зеркальщик* моего *родственника*?». То, что ответом в данном случае будет слово *ревизор*, взятое в соответствующем падеже, можно записать в операторном виде так: ЗЕ • РО = Р+. Как был получен этот ответ? Существуют разные способы. Но какому из них имеет смысл учить начинающих изучать соционику? Какой более удобен для исследования *группы* операторов ИО? В частности, для нахождения всех *подгрупп* и выяснения, какие из них являются *нормальными*?

Может возникнуть встречный вопрос: «А какой глубокий смысл в этом нагромождении математических терминов?». То, как математические методы могут помогать, а не мешать продвижению в соционическом материале, будет показано в настоящей статье на вполне конкретных примерах.

Директор Международного института соционики А.В. Букалов сравнивает значение соционики для гуманитарных наук со значением математики для естественных [3, с. 16]. Это довольно амбициозное заявление должно подкрепляться развитием формализованных методов получения логических следствий из имеющихся исходных данных. А уровень развития таких методов часто связан с тем, насколько удачными являются выбор обозначений и форма представления тех или иных объектов.

В настоящей статье речь пойдёт о некоторых представлениях операторов *классических* (по Аугустинавичюте) ИО и соответствующих представлениях ТИМов, на которые эти операторы «действуют». Из названия статьи и краткой аннотации должно быть понятно, что автор постарается убедить читателей в том, что недавно предложенное им представление операторов ИО в виде произведения «базовых» операторов, взятых в нулевой или первой степени, имеет заметные преимущества по сравнению с теми, которые использовались ранее.

Конечно, в рамках одной статьи нет возможности проанализировать все ранее предлагавшиеся варианты представления операторов ИО. Более того, основная задача данной публикации — обратить внимание соционического сообщества на появление **нового** варианта, претендующего на роль **канонического**, а не аналитический обзор всех имеющихся. Тем не менее сейчас уже можно выстроить определённую последовательность из различных вариантов представления операторов ИО, связав её с последовательностью представлений соционических типов. При этом не предполагается, что это будет строго историческая последовательность.

Использование Модели *А* для представления операторов ИО в виде схем

В уже упоминавшейся работе Аушры Аугустинавичюте при графическом изображении информационных отношений между коммуникантами ТИМы задавались их моделями «Ю», в состав каждой из которых входят 4 элемента. А это означает, что каждый ТИМ был представлен последовательностью графических символов только половины из 8-ми информационных аспектов. При соединении символов «тождественных элементов» в моделях двух коммуникантов получались определённые «картинки» (паттерны), состоящие из этих отрезков.

Существуют пары ТИМов, у которых в моделях «Ю» нет совпадающих элементов. В этом случае никаких соединяющих отрезков вообще не было. Быть может, с этим, по крайней мере частично, связаны различные варианты названия этого вида отношений (*полной противоположности*, *нейтрализации*, *погашения*).

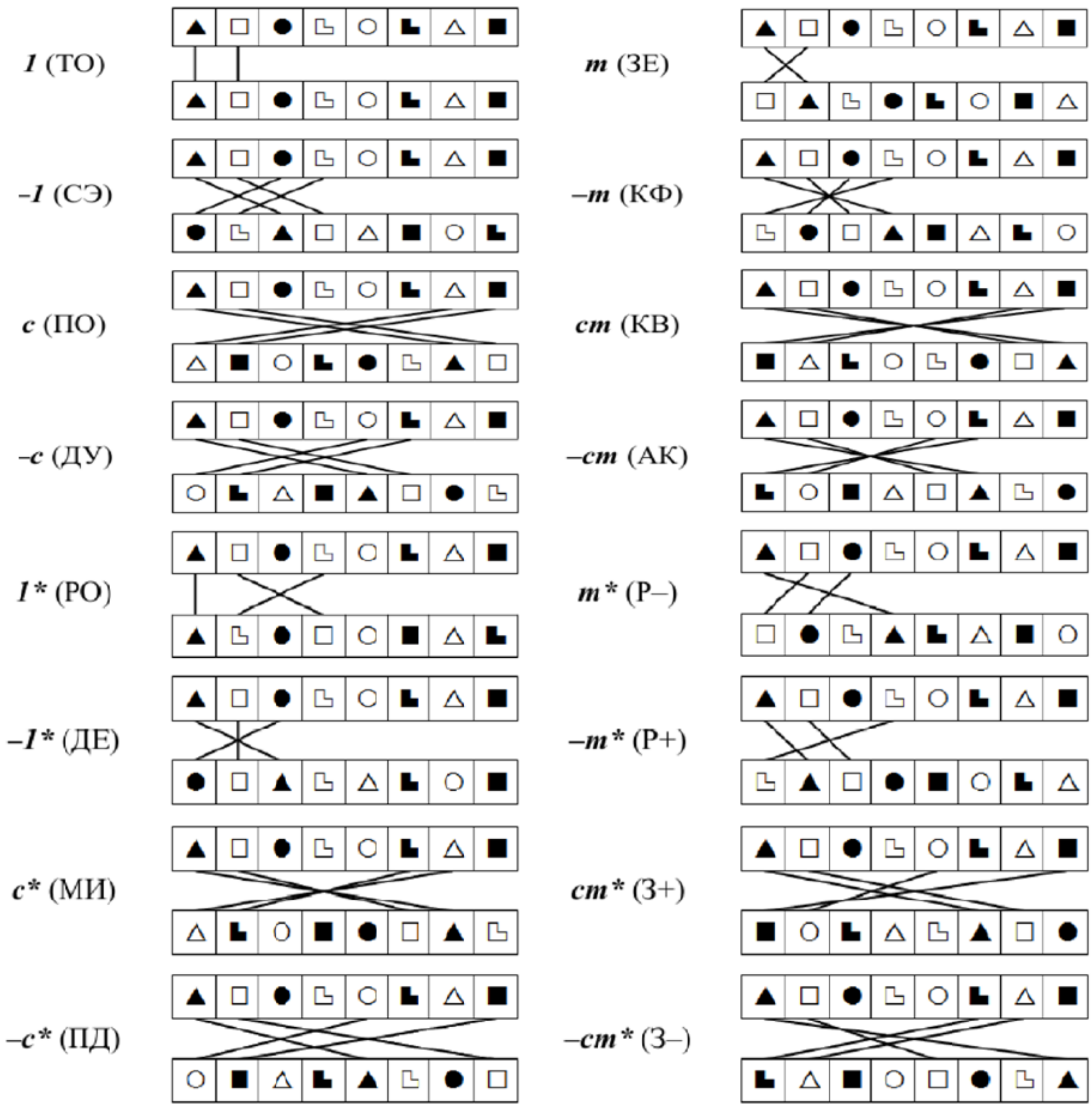
Модель ***А*** в отличие от модели «Ю» содержит 8 элементов, поэтому модели ТИМов различаются только порядком символов ИА, а их набор у всех одинаковый. Как известно, в Модели ***А*** порядок заполнения её «ячеек» символами ИА не является произвольным. Как только заполнена первая ячейка (определён ИА первой функции), становится известно информационное наполнение всех нечётных элементов. При этом для заполнения второй ячейки остаётся всего два варианта. А после заполнения второй автоматически становятся известными символы ИА для всех чётных элементов модели. Эти ограничения и приводят к тому, что Модель ***А*** допускает существование только 16-ти соционических типов.

Соединяя отрезками ячейки с символами одинаковых ИА в моделях двух коммуникантов и связывая с получившимся паттерном определённую «форму информационных отношений», Аушра Аугустинавичюте фактически задала *операторы* ИО, с помощью которых множество ТИМов отображается само на себя [1, с. 127]. Однако само слово «оператор» не использовалось.

Фразу, начинающуюся со слов «Если символу отношения придать смысл оператора, переводящего один тип в другой, …» можно найти в книге Г.Р. Рейнина [18, с. 174]. Правда, Григорий Романович задавал ТИМы набором полюсов АРПов (Аугустинавичюте–Рейнина признаков) и считал, что ИО определяются составом множества совпадающих у двух коммуникантов полюсов указанных биполярных признаков. Это принципиально другая модель ИО. Из 16-ти операторов ИО *по Рейнину* только 8 совпали с операторами ИО *по Аугустинавичюте* (подробнее см. [11]). В дальнейшем речь в основном пойдёт об операторах *классических* ИО (*по Аугустинавичюте*) и их различных представлениях.

Для того, чтобы сделать наглядным различие между *симметричными* и *асимметричными* ИО, можно привести все «картинки», являющиеся представлениями соответствующих операторов (табл. 1). На этих схемах видно, что ТИМы коммуникантов представлены своими одномерными моделями ***A***, в которых все элементы образуют строку. Обратим внимание на то, что не все пары элементов с одинаковым информационным наполнением соединены отрезками прямых. Приведены только те отрезки, которые одним концом соединены с первыми двумя ячейками хотя бы одной из моделей. Для цели различения паттернов симметричных и асимметричных ИО этого вполне достаточно.

Таблица 1. Представление операторов ИО в виде паттернов, состоящих из отрезков, которые соединяют элементы с одинаковым информационным наполнением в моделях *A* соционических типов двух коммуникантов.



В качестве одного из ТИМов во всех парах взят ИЛЭ. Вторым же ТИМом в паре является тот, который получается при «действии» на ИЛЭ соответствующего оператора ИО. Если вместо ИЛЭ взять другой ТИМ, но не менять порядок операторов в табл. 1, то паттерны, образованные отрезками прямых, не изменились бы, а вторые модели в парах пришлось бы, конечно, заменить на модели тех ТИМов, которые получались бы из модели ТИМа, поставленного на первое (верхнее) место в паре, под «действием» тех же операторов.

Обратим внимание на то, что в 12-ти случаях схемы соединения элементов с одинаковым информационным наполнением остались бы правильными, если бы мы поменяли местами модели ТИМов. А вот в 4-х случаях при такой замене некоторые отрезки соединяли бы уже ячейки с различающимися ИА (см. правую нижнюю часть табл. 1). Именно эти 4 случая и соответствуют операторам *асимметричных* ИО.

Заметим, что точно такой же результат мы получили бы при изображении **всех** отрезков, символизирующих «информационные каналы», которые связывают ТИМы. Просто рисунки были бы более сложными для восприятия. Сравнение паттернов из отрезков для операторов Р+ и Р–, а также для операторов З+ и З–, показывает, что операторы в этих парах обратны друг другу, т.е. (Р+) • (Р–) = ТО, и (З+) • (З–) = ТО. Напомним, что оператор *тождества* является *единичным* (*нейтральным*) элементом *группы* (в математическом смысле) операторов ИО. Что же касается операторов *симметричных* ИО, то все они сами себе обратны (являются *инволюциями*).

В табл. 1 кроме более привычных обозначений операторов ИО, которые используются, например, в книге В.В. Гуленко [4], приведены и новые, являющиеся сокращенной записью того самого представления операторов, которое предлагается на роль **канонического**. Даже не имея ни малейшего понятия об этом представлении, можно всё же заметить, что в новых формализованных обозначениях операторов явно прослеживаются какие-то внутригрупповые связи между ними.

Рассмотренное представление операторов в виде паттернов, состоящих из отрезков прямых, и соответствующее представление ТИМов их моделями ***А*** оказываются очень удобными, когда надо объяснять, как получаются 16 «**форм** информационных отношений» *по Аугустинавичюте* (классических) и почему 4 из них оказываются *асимметричными*. Заметим для сравнения, что все 16 операторов ИО *по Рейнину* сами себе обратны и образуют *коммутативную* группу, в которой от перестановки сомножителей произведение не меняется. Операторы же *классических* ИО далеко не всегда коммутируют друг с другом, а *инволюциями* являются только 12 из 16-ти.

Это же представление удобно в том случае, когда демонстрируется, как из семантики информационных аспектов и семантики порядковых номеров соционических функций Модели ***А*** получаются «формальные» описания ИО. Построению таких «формальных» описаний посвящена целая глава в книге С.И. Чурюмова [21]. А в книге П.Е. Цыпина [19] перед описанием ИО в конкретных парах ТИМов есть отдельный параграф «Структурно-содержательные характеристики отношений в соционе». Активно выступает против «откровенно беллетристических» описаний ИО В.Д. Ермак [6]. Он тоже приводит примеры того, как могут строиться более формализованные описания, связанные с анализом информационного взаимодействия моделей ***А*** двух коммуникантов. Немало и других авторов, которые привлекают указанный способ представления операторов ИО и соответствующее представление ТИМов при объяснении особенностей конкретного вида *классических* интертипных отношений.

Однако этот, исторически первый, способ представления операторов ИО оказывается не таким уж удобным для решения других задач. Иногда надо просто вспомнить, какие ИО предсказывает теория Аушры Аугустинавичюте в конкретной паре ТИМов. А если ИО оказываются *асимметричными*, то в какой роли оказывается каждый из коммуникантов (*ревизор* или *подревизный, заказчик* или *подзаказный*).

Справочно-информационные системы

Цитата из книги В.В. Гуленко: «… соционики составили одну большую таблицу интертипных отношений, в которой на пересечении строк и столбцов указаны отношения для двух любых социотипов. Каждый практикующий социоаналитик должен помнить её наизусть, как таблицу умножения» [4, с. 270].

А вот ещё цитата из книги Г.А. Шульмана: «… если Таблица интертипных отношений В. Ляшкявичюса — это справочно-информационная система социона преимущественно для соционических логиков, то Куб социона представляет собой такую же справочно-информационную систему для соционических этиков» [22, с. 234].

Существуют и другие «справочно-информационные системы». Что же касается двух только что названных, то для них не имеет особого значения, каким образом представлены ТИМы. Например, в книге В.В. Гуленко они обозначены такими словами: «Искатель, Посредник, Энтузиаст…». Другие авторы, приводя фактически ту же самую Таблицу Аугустинавичюте–Ляшкявичюса, используют другие обозначения для ТИМов. В книге же Г.А. Шульмана на одной из схем с Кубом социона ТИМы представлены своими блоками ЭГО в графическом исполнении (▲□, ○▙, ▙○…), а на «развёртке боковой поверхности Куба» используется «буквенно-цифровая квадровая индексация ТИМов по Н.Н. Медведеву». При этом в случае Куба интертипные отношения представлены различного вида соединительными линиями, некоторые из которых снабжены стрелками.

Какая связь между обозначениями ТИМов и обозначениями операторов ИО? Какая связь между обозначениями внутри группы операторов ИО? Пожалуй, единственное, что бросается в глаза, так это отличие *симметричных* и *асимметричных* ИО. В таблице ИО, приведенной в книге В.В. Гуленко, операторы всех *симметричных* ИО обозначены двумя большими буквами (ТО, ДУ, АК, …), а для *асимметричных* используется одна буква со знаком (Р+, Р– , З+ , З–). При этом для «входов» таблицы имеются пометки «Я» и «Он», а для операторов ИО, заполняющих «тело» таблицы, тоже есть соответствующее указание («Я – ему»).

Обратим внимание и на представление *асимметричных* ИО в случае Куба социона из книги Г.А. Шульмана. Здесь **нельзя** сказать, что каждый из 4-х операторов *асимметричных* ИО имеет своё обозначение. Для этого случая используются только **две** разновидности соединений между символами соответствующих ТИМов. Одна разновидность используется в «биконтуре *социального заказа*», а вторая — в «биконтуре *социального контроля*». Но обе разновидности соединений являются **направленными** (от контролёра (ревизора) — к подконтрольному (подревизному), от заказчика — к подзаказному).

Цитата из книги А.В. Букалова: «Всего существует 14 видов взаимодействия между типами. Но за счет того, что 12 из них симметричны и 2 асимметричны, на субъективном уровне восприятия возникает 16 видов отношений» [3, с. 264]. В терминах, используемых в приведенной цитате, можно сказать, что в Кубе социона представлены 14 видов взаимодействий между типами, а в Таблице Аугустинавичюте–Ляшкявичюса 16 видов отношений «на субъективном уровне». Но в дальнейшем будем всё же говорить не о 16-ти видах отношений «на субъективном уровне», а о 16-ти операторах *классических* ИО. Например, в паре взаимодействующих ТИМов ИЛЭ и ЛСИ «реализуются» два оператора: ИЛЭ = (Р+)(ЛСИ), ЛСИ = (Р–)(ИЛЭ).

Вернёмся к рекомендации, которую даёт своим читателям В.В. Гуленко в связи с таблицей ИО («помнить её наизусть»). Конечно, иногда без механического запоминания трудно обойтись. Но тот ли это случай? Тем более, если соционика претендует на такую же роль для гуманитарных наук, какую играет математика для естественных. Математика не только помогает получать новые результаты, например, в физике, но и способствует развитию памяти, её качественному изменению.

Вот, что написала о развитии памяти когнитивный психолог Т.П. Зинченко: «Дети старшего дошкольного возраста и младшего школьного возраста в процессе запоминания нередко опираются не на абстрактно-логические отношения между понятиями, служащие существенной опорой запоминания у взрослых, а на наглядно воспринимаемые связи явлений и предметов. На таком механическом запоминании основаны и некоторые специальные приёмы мнемотехники. Такое запоминание оказывается формальным, ненадёжным и непрочным. (…) Механическое запоминание без понимания смысла запоминаемого материала приносит вред развитию памяти. Формирование приёмов смысловой логической обработки запоминаемого материала является основным средством развития памяти» [7, с. 147-148].

Уже больше трёх десятилетий я учу физике школьников и студентов. У меня была возможность проводить эксперименты, в которых сравнивались результаты обучения, полученные при использовании различных педагогических технологий. Один из выводов такой: механическое заучивание теоретического материала по физике может давать преимущество при выполнении тестовых заданий на воспроизведение материала только на начальном этапе изучения. При проверке знаний по всему курсу «зубрилки» проигрывают тем, кто тратил время не на механическое заучивание, а на установление логических связей. Обратим внимание, что речь идёт даже не о применении теоретических знаний при решении физических задач, а о **воспроизведении** «пройденных» формул, когда их накапливается уже достаточно много (несколько десятков). Важно отметить, что в проверочных работах «зубрилок» присутствует большое число совершенно нелепых ошибок, которых практически нет у учащихся, у которых развивали способность к критическому мышлению и которых никогда не заставляли тупо заучивать физические формулы. Этот экспериментальный факт подтверждает слова из приведенной цитаты о ненадёжности и непрочности механического запоминания.

В соционике, как и в физике, используются идеализированные модели, которые с большим или меньшим успехом позволяют предсказывать, как будут развиваться события, если создать определённые начальные условия, а также предсказывать, какими свойствами обладают объекты, с которыми мы раньше не встречались, или будут обладать те, которые вообще пока что ещё не существуют. То есть речь идёт о получении ответов на те вопросы, которые для нас являются новыми.

Научиться получать ответы на новые вопросы — дело не такое уж простое даже для тех случаев, когда вполне «работают» уже известные, кем-то ранее созданные модели. При обучении физике для того, чтобы научить искать ответы на незнакомые вопросы, используют различного рода задачники. А есть ли сборники задач по соционике? Имеются в виду не задания в конце параграфа, для выполнения которых надо лишь найти соответствующее предложение в тексте этого же параграфа, а именно **задачи**, для решения которых требуется выстраивать цепочки умозаключений или, по крайней мере, получать неизвестный учащемуся результат, пользуясь известным алгоритмом. Если такие сборники задач по соционике и существуют, то достать их не так просто, как это можно сделать по другим учебным дисциплинам.

В связи с вопросами методики обучения соционике, о применении различного рода «справочно-информационных систем» хотелось сказать следующее. «Системы», о которых идёт речь, не являются собраниями экспериментальных фактов, в них представлены некоторые теоретические следствия из соционических моделей. А научить получать следствия (т.е. научить пользоваться моделями) — одна из важных задач дидактики соционики. Поэтому имеет смысл после объяснения учащимся принципов построения той или иной «справочно-информационной системы» предлагать им восстановить её полностью, пользуясь только отдельным её фрагментом. На более продвинутых уровнях обучения полезно давать творческие задания на создание собственных вариантов подобных «систем». Примеры оригинальных таблиц ИО, которые имеют определённые преимущества по сравнению со знаменитой Таблицей Аугустинавичюте–Ляшкявичюса, можно найти в статьях [15, 17].

Надо сказать, что оригинальные таблицы ИО, о которых шла речь в предыдущем предложении, были составлены уже после открытия *канонического* представления операторов ИО и введения для них соответствующих формализованных обозначений, когда стало ясно, что уже нет нужды в таблицах ИО в качестве «справочно-информационных систем». Приведенные в упомянутых статьях таблицы появились в качестве ответов на соционическиеские задачи, которые ставились перед учащимися в связи с освоением ими новых формализованных обозначений для операторов *классических* ИО.

Появлению того представления операторов ИО, которое предлагается назвать *каноническим*, предшествовал важный этап — изучение математических свойств их *группы*. Те представления операторов, которые уже разобраны в настоящей статье, оказались не очень удобными на этом этапе. Опыт работы с математическими операторами в физике подсказывал, что можно попробовать *матричное* представление.

Матричный формализм интертипных отношений

Название этого раздела настоящей статьи полностью совпадает с названием моей статьи, опубликованной почти четыре года назад [8]. В этой статье были предложены два варианта матричного представления операторов *классических* ИО. Эти варианты были жёстко связаны с двумя представлениями соционических типов. В одном случае ТИМы были представлены трёхбуквенными кодами (ИЛЭ, СЭИ, ЭСЭ, …), которые преобразовывались с помощью операторов ИО, представленных матрицами 3×3. Во втором случае ТИМы были представлены своими блоками ЭГО в их графическом изображении (▲□, ○▙, ▙○…), а матрицы, представляющие операторы ИО, имели размер 2×2.

В следующей статье [9] был рассмотрен такой матричный формализм, который соответствовал не *классическим* ИО, а тем, которые получились у Г.Р. Рейнина, когда он решил посмотреть на ИО «с позиции группы биполярных признаков» [18, с. 163]. В этом случае ТИМы я задавал четырёхбуквенными кодами Майерс-Бриггс (ENTP, ISFP, ESFJ, …), а операторы ИО *по Рейнину* были представлены диагональными матрицами 4×4. В этой же статье на основе матричного формализма был проведен сравнительный анализ **модельного** (по Аугустинавичюте) и **признакового** (по Рейнину) подходов к построению теории интертипных отношений.

Более чем через полтора года после выхода в свет этих двух статей Ольга Богдановна Карпенко обратила моё внимание на то, что ещё в 2000-м году в СМиПЛе была опубликована статья М.М. Гута «Математическое представление интертипных отношений» [5]. В этой статье предлагались два представления операторов *классических* ИО (с помощью подстановок и с помощью матриц 4×4). Для меня было интересно сравнить матричный формализм М.М. Гута с теми вариантами матричного формализма, которые были предложены мной. Довольно подробно результаты соответствующего сравнительного анализа приведены в статье [14].

В связи с задачей настоящей статьи обратим внимание на связь между представлением ТИМов и представлением операторов *классических* ИО в работе М.М. Гута. Кстати, прилагательное *классические* по отношению к ИО я стал использовать в своих статьях наравне с «ИО *по Аугустинавичюте*» после знакомства с этой работой. ТИМы у него задавались четырёхпозиционным кодом, состоящим из «единиц» и «минус единиц», которые фиксировали полюсы некоторого набора из четырёх биполярных признаков ТИМов. Но этот набор не совпадал с так называемым «базисом Юнга» (который используется и в типологии Майерс-Бриггс). Более того, М.М. Гут констатировал: «Если рассмотреть все позиции использованной кодировки ТИМов, то окажется, что 1-я позиция соответствует признаку *экстраверсия–интроверсия*, 2-я позиция соответствует признаку *статика–динамика*, а вот 3-я и 4-я позиции не соответствуют ни одному из известных признаков Рейнина, являясь, тем не менее, индивидуальными дуализирующими признаками! А вот произведение этих двух последних признаков даёт квадральный признак *аристократы–демократы*. То есть использованный базис только наполовину рейниновский» [5].

Судя по тексту статьи, Михаил Михайлович сам был удивлён полученным им результатом. Его же попытки построить матрицы для классических ИО в «нескольких произвольно взятых базисах Рейнина» были безуспешными, что дало ему основания полагать, что этого нельзя сделать принципиально.

Ко времени моего знакомства со статьёй М.М. Гута я уже построил группу биполярных признаков ТИМов, которая имела общую подгруппу с хорошо известной группой АРПов (Аугустинавичюте–Рейнина признаков) и дополняла её в «признаковом» подходе к *классическим* ИО. Речь идёт о группе ЮМПов (Юнга–Минаева признаков) [12, 13]. Поэтому в той четвёрке биполярных признаков, которую использовал Михаил Михайлович в своем матричном формализме, я без труда узнал один из возможных базисов группы ЮМПов. Более того, уже хорошо зная, как соотносятся между собой группы АРПов и ЮМПов, я сразу же нашёл тот АРПовский базис, в котором можно построить матричный формализм ИО, совершенно аналогичный тому, что был у М.М. Гута, использовавшего базис той группы биполярных признаков, которая на тот момент ещё не была построена.

Если для представления ТИМов использовался ЮМПовский базис, то **диагональными** матрицами представлялись только те операторы классических ИО, которые не меняют полюс признака *иррационалы*/*рационалы*. А в случае АРПовского базиса — те, которые не меняют полюс биполярного признака *демократы*/*аристократы*. Для меня это был вполне ожидаемый результат [11]. Для дальнейших исследований формализм матриц 2×2 был удобнее, чем матриц 3×3 и, тем более, 4×4.

О двух группах операторов ИО

К этой теме приходится возвращаться, т.к. в течение многих лет на допущенные теоретические ошибки не обращали особого внимания, и они тиражировались в соционической литературе, в том числе учебной.

О путанице со словом *группа* в соционике я довольно подробно написал в статье [10]. Речь шла о необходимости различать социологический и математический смыслы этого слова. Для того, чтобы можно было говорить о некотором множестве элементов как о группе в математическом смысле слова, на этом множестве надо ввести надлежащим образом бинарную операцию. Эта операция должна упорядоченной паре элементов из этого множества ставить в соответствие элемент этого же множества. Но этого ещё не достаточно. Это объединение множества и введённой на нём двуместной операции должно удовлетворять требования так называемых *аксиом группы*.

Например, введённая Г.Р. Рейниным бинарная операция на множестве АРПов удовлетворяет таким требованиям, и мы можем говорить о *группе* АРПов. М.М. Гут в своей статье [5] показал, как множеству операторов классических ИО поставить в соответствие множество подстановок, на котором было известно, как надлежащим образом вводить бинарную операцию, чтобы получилась группа. В случае матричного формализма необходимая бинарная операция задавалась известным из математики правилом умножения матриц. А вот бинарная операция на множестве операторов классических ИО, предложенная С.И. Чурюмовым [20, с. 390], не удовлетворяет условию *ассоциативности*, которое является необходимым для групп (подробнее см. [10]).

Если на множестве операторов ИО *по Рейнину* ввести бинарную операцию так, как это обычно делается в математике для операторов, то получится *коммутативная* группа порядка 16, которая может быть представлена в виде прямого произведения четырёх своих циклических подгрупп порядка 2 (C2×C2×C2×C2). Группа операторов *классических* ИО (по Аугустинавичюте) тоже имеет 16 элементов, но она **не является** *абелевой* (коммутативной). Это принципиально другая группа, которая может быть представлена в виде прямого произведения D8×C2 (диэдральной подгруппы порядка 8 и циклической порядка 2).

Судя по всему, Г.Р. Рейнин и не думал даже об этом, переводя свою таблицу вариантов разбиения социона на четвёрки в «таблицу малых групп, сделанную с использованием привычных обозначений интертипных отношений в соответствии с таблицей отношений Аугустинавичюте–Ляшкявичюса» [18, с. 175].

Напомним, что Григорий Романович задался вопросом: «Можно ли сконструировать группу, обладающую заранее заданными свойствами?» [18, с. 170]. Из контекста было понятно, что речь идёт о группе людей, т.е. имелся в виду *социологический* смысл. Дальше шёл такой текст: «Попытаемся подойти к проблеме формирования группы с позиции структуры интертипных отношений. В качестве объекта исследования рассмотрим малые группы, отличающиеся спектром интертипных отношений».

Что означает словосочетание «**спектр интертипных отношений**»? В своём теоретическом анализе Г.Р. Рейнин рассматривал четвёрки ТИМов, которые получаются при тетрахотомиях социона с помощью различных пар АРПов. Всего таких возможных разбиений социона на четыре четвёрки ТИМов оказалось 35. Одинаковый ли набор операторов ИО «реализовывался» в каждой из четвёрок при фиксированной тетрахотомии социона? Ответ на этот вопрос практически очевиден, и он положительный, если речь идёт об операторах ИО *по Рейнину*, т.к. в этом случае в качестве характеристики отношений в парах ТИМов был выбран спектр совпадающих АРПов. Совсем другое дело, если речь идёт о *классических* ИО (по Аугустинавичюте). Если бы Григорий Романович всё тщательно проверил, то обнаружил бы, что желаемое совпадение спектров *классических* ИО при его тетрахотомиях социона получается далеко не всегда, а также, что его способом деления нельзя получить четвёрки ТИМов с такими «формулами»: {ДУ, МИ, ДЕ}, {ДУ, ПД, РО}, {ПО, МИ, РО}, {ПО, ПД, ДЕ}.

Конечно, надо признать, что в то время, когда Г.Р. Рейнин решил переписать таблицу, которая соответствовала его модели ИО, в терминах *классических* ИО, было непросто понять, что эта задача не имеет решения. И одна из причин этой сложности понимания состояла в том, что ещё отсутствовало удобное для проведения исследований представление операторов классических ИО. Проверка, о которой шла речь, потребовала бы весьма скрупулёзной работы.

Уже матричный формализм позволял справляться с подобными задачами гораздо быстрее. А сейчас даже школьники, вооружённые **каноническим** представлением операторов классических ИО и соответствующими формализованными обозначениями, довольно быстро решают соционическую задачку на отыскание собственных подгрупп интересующей нас группы.

Подгруппы порядка 4 как раз и определяют те тетрахотомии социона, при которых все ТИМы «реализуют» один и тот же набор операторов классических ИО, вступая в коммуникацию со своими соседями по четвёрке. Таких подгрупп (и, соответственно, тетрахотомий) оказывается 15. Четыре из них нельзя получить с помощью АРПов, но можно с помощью ЮМПов. В то же время, с помощью ЮМПов нельзя получить другие четыре тетрахотомии, для которых выполнено условие одинаковости для каждого ТИМа набора операторов *классических* ИО со своими соседями по четвёрке.

Зачем говорить о группе операторов ИО *по Рейнину*, если она фактически не была воспринята соционическим сообществом в качестве реальной альтернативы группе операторов *классических* ИО (по Аугустинавичюте)? Дело в том, что результаты, которые были получены Григорием Романовичем для группы, предложенной им самим, и которые для неё являются **правильными**, стали без критического осмысления переносить на группу операторов *классических* ИО, где они оказались **ложными**. Будем надеяться, что разработанный формализм *канонического* представления операторов классических ИО поможет тем, кто захочет разобраться в этом вопросе.

Каноническое представление операторов *классических* ИО с использованием расширенного порождающего множества их группы

Пользуясь матричным представлением операторов *классических* ИО, мне удалось идентифицировать соответствующую группу в качестве конкретного воплощения абстрактной алгебраической группы D8×C2. Были найдены все её собственные подгруппы. Для этой группы был построен планарный граф Кэли с неориентированными ребрами, который послужил основой для *структурной формулы социона* [16].

Надо сказать, что идея заняться построением графов Кэли для группы операторов *классических* ИО и всех её подгрупп была подсказана статьёй А.М. Банару [2], на которую обратила моё внимание опять-таки Ольга Богданова Карпенко.

Хотя матричное представление для операторов классических ИО было заметно более удобным при исследовании свойств их группы, чем схемы и таблицы, и позволило получить новые интересные результаты, всё же хотелось создать ещё более простой формализм. Уменьшение размеров матриц, представляющих операторы ИО, по мере уменьшения числа элементов в вектор-столбцах, представляющих ТИМы, обнадёживало. Появилась надежда, что при переходе на сокращенные графические обозначения ТИМов (▲$^+$, ○$^+$, ▙$^-$, …) можно будет вообще отказаться от матриц и перейти к формализованным обозначениям операторов, для которых удастся записать несложные *коммутационные соотношения* (перестановочные правила). Подобные идеи в своё время были реализованы в квантовой механике для операторов физических величин.

Важным понятием в математической теории групп является понятие *порождающего множества* группы. Элементы этого множества называют *порождающими* (или *образующими*). Из них и обратных к ним элементов с помощью бинарной операции можно восстановить все элементы группы. Порождающее множество группы определяется неоднозначно. Часто интересуются минимальным количеством элементов группы, из которых можно получить все остальные. Для группы операторов *классических* ИО, например, достаточно 3-х элементов, а вот для группы операторов ИО *по Рейнину* их должно быть минимум 4. Но в некоторых случаях имеет смысл расширить минимальное порождающее множество, включив в него дополнительные элементы.

Если в случае группы операторов классических ИО взять трёхэлементное порождающее множество, то в некоторых «формулах» для остальных элементов группы *образующие* элементы будут встречаться больше, чем по одному разу. Возьмём такое порождающее множество: {ЗЕ, РО, ПО}. Тогда, например, ДУ = РО • ЗЕ • РО • ЗЕ • ПО. А вот если в порождающее множество группы включить СЭ, расширив его до 4-х элементов, то можно избежать повторов и установить чёткую последовательность сомножителей в произведении.

Надо понимать, что элементы для расширенного порождающего множества {ЗЕ, РО, ПО, СЭ} выбраны не случайным образом. Их выбору предшествовала довольно большая работа по исследованию математических свойств группы, а также по осознанию соционической семантики этих операторов. Сейчас обратим внимание лишь на некоторые их формальные свойства, способствующие введению удобных формализованных обозначений и простой записи единственного коммутационного соотношения.

Как «действуют» эти операторы на сокращенные графические обозначения ТИМов (▲$^+$, ○$^+$, ▙$^-$, …)? Оператор РО меняет только знак, являющийся верхним индексом у символа ИА 1-й функции. Введем для него формализованное обозначение $\boldsymbol{1*}$. Оператор ПО меняет только цвет. Обозначим его буквой $\boldsymbol{c}$ (от соответствующего английского слова). Оператор СЭ меняет только форму в рамках одной *нальности*, т.е. «треугольник» может заменить только на «кружок» и наоборот, а «квадрат» — только на «диванчик» и наоборот. «Минус единица» ($\boldsymbol{-1}$) оказывается хорошим формализованным обозначением для этого оператора. Все три рассмотренных оператора коммутируют друг с другом, и через них легко выражаются все операторы ИО, которые не приводят к смене *нальности*. Таким образом, тройка $\{\boldsymbol{-1,\ 1*,\ c}\}$ является порождающим множеством для *коммутативной* подгруппы порядка 8 $\{\boldsymbol{1,\ -1,\ 1*,\ -1*,\ c,\ -c,\ c*,\ -c*}\}$. Кроме естественного обозначения для оператора ТО ($\boldsymbol{1}$), который является *единичным* элементом группы, вполне понятными оказались формализованные обозначения и для других операторов ИО, которые не меняют *нальность*:

$$\text{ДЕ} = \text{СЭ} \bullet \text{РО} = \boldsymbol{-1 \bullet 1* = -1*};\ \text{ДУ} = \text{СЭ} \bullet \text{ПО} = \boldsymbol{-1 \bullet c = -c};$$

$$\text{МИ} = \text{ПО} \bullet \text{РО} = \boldsymbol{c \bullet 1* = c*};\ \text{ПД} = \text{СЭ} \bullet \text{МИ} = \boldsymbol{-1 \bullet c* = -c*}.$$

Уже сейчас видно, что новое обозначение для оператора СЭ оказалось весьма удобным. Заметим, что все операторы, которые «работают» без смены полюса биполярного признака *иррационалы/рационалы*, являются *инволюциями*, или элементами порядка 2, т.е. при умножении на себя (при возведении в квадрат) дают единичный элемент ТО (***1***).

Наконец, обозначим оператор ЗЕ буквой ***m*** (от соответствующего английского слова). Какая трансформация происходит с сокращёнными графическими символами ТИМов под «действием» этого оператора? Чтобы ответить на этот вопрос, надо вспомнить, как по сокращённому варианту обозначения ТИМа (символу ИА 1-й функции и знаку «+» или «–» в качестве верхнего индекса) восстановить ИА 2-й функции. Действительно, блоки ЭГО двух *зеркальщиков* отличаются только порядком расположения символов ИА. Например, ▲☐ — это ИЛЭ, а ☐▲ — его *зеркальщик* — ЛИИ. На знак у символа ИА влияет «сосед» по блоку. В паре ▲ и ☐ договорились «плюсом» помечать символ *интуиции*, а «минусом» — символ *логики*. Точно такая же договоренность действует и для *динамической* пары *интуиции* и *логики* (△ и ■). Это означает, что в клубе *сайентистов* всегда *интуиция* будет с «плюсом», а *логика* — с «минусом».

Начинающим изучать соционику полезно самим сделать вывод о знаках в остальных *клубах*. Перед тем, как дать такое задание, надо, конечно, объяснить, что в соционике понимают под профессиональными *клубами*, и то, что знаки в блоке ЭГО обязательно должны быть разными.

Рассмотрим такую тройку операторов ИО: {***–1, c, m***}. Эта тройка порождает *коммутативную* подгруппу порядка 8, элементы которой при «действии» на ТИМы не меняют их полюс биполярного признака *демократы/аристократы*: {***1, –1, c, –c, m, –m, cm, –cm***} ({ТО, СЭ, ПО, ДУ, ЗЕ, КФ, КВ, АК}). Как и подгруппа операторов, которые не меняют *нальность*, эта подгруппа может быть представлена в виде *прямого произведения* своих подгрупп порядка 2 (C2xC2xC2). Прямое произведение может быть составлено из таких подгрупп, в которые кроме единичного элемента входят исключительно «базовые» операторы: {***1, –1***}, {***1, c***} и {***1, m***}.

Подгруппу же операторов, не меняющих *нальность*, можно представить в виде прямого произведения таких подгрупп порядка 2: {***1, –1***}, {***1, c***} и {***1, 1****}. Две первые подгруппы в обоих случаях одинаковы, а третьи различаются. Прямое произведение первых двух подгрупп порядка 2 даёт подгруппу порядка 4: {***1, –1, c, –c***} ({ТО, СЭ, ПО, ДУ}). В этой 4-элементной подгруппе собрались все операторы, которые коммутируют не только между собой, но и со всеми остальными операторами из 16-элементной группы операторов *классических* ИО. Больше операторов *классических* ИО, обладающих таким замечательным свойством, просто нет. Эту выделенную подгруппу порядка 4 называют *центром* той группы, в которую входят все 16 операторов *классических* ИО.

Из операторов, предложенных в состав **расширенного** порождающего множества всей 16-элементной группы, не коммутируют между собой только ***1**** (РО) и ***m*** (ЗЕ). Но для них существует очень простое перестановочное правило (*коммутационное соотношение*):

$$1^* \bullet m = -m \bullet 1^*.$$

Здесь «–» заменяет оператор (***–1***) совершенно так же, как это уже делалось в предыдущих случаях. Как видим, удачное обозначение для оператора СЭ дало возможность записать коммутационное соотношение в очень простом виде, который позволяет сказать, что операторы ***1**** и ***m*** *антикоммутируют*.

Если теперь произведение $1^* \bullet m$ записать короче в виде ***m**** (по аналогии с $1^* \bullet c = c^*$), то получим формализованные обозначения для оставшихся ещё не рассмотренными 4-х операторов, которые и являются операторами *асимметричных* ИО: {***m*, –m*, cm*, –cm****} ({Р–, Р+, З+, З–}). Эта четвёрка с математической точки зрения является одним из *смежных классов* по *центру* всей 16-элементной группы операторов классических ИО. Имеем ещё два класса: {***m, –m, cm, –cm***} ({ЗЕ, КФ, КВ, АК}) и {***1*, –1*, c*, –c****} ({РО, ДЕ, МИ, ПД}). Как видим, все эти четвёрки операторов получаются из центра группы {***1, –1, c, –c***} ({ТО, СЭ, ПО, ДУ}) умножением на ***1**** (РО), ***m*** (ЗЕ) или ***m**** (Р–). Поскольку в *центре* собраны элементы, которые коммутируют со всеми остальными, то не важно, идёт ли речь об умножении *слева* или об умножении *справа*.

Предложенные формализованные обозначения для операторов классических ИО являются фактически свёрнутой формой такого *канонического* представления:

$$(-\boldsymbol{1})^k \bullet \boldsymbol{c}^l \bullet (\boldsymbol{1^*})^p \bullet \boldsymbol{m}^q,$$

где показатели степеней «базовых» операторов могут иметь значения только «0» или «1». В табл. 2 показано соответствие между упорядоченными четырёхэлементными наборами показателей степеней и операторами ИО. Там же приведены все 15 подгрупп порядка 4.

Таблица 2. Упорядоченные наборы показателей степеней «базовых» элементов в *каноническом* представлении операторов ИО и 15 подгрупп порядка 4.

q	*p*	*k*	*l*	
0	0	0	0	***1*** (ТО)
0	0	0	1	***–1*** (СЭ)
0	0	1	0	***c*** (ПО)
0	0	1	1	***–c*** (ДУ)
0	1	0	0	***1**** (РО)
0	1	0	1	***–1**** (ДЕ)
0	1	1	0	***c**** (МИ)
0	1	1	1	***–c**** (ПД)
1	0	0	0	***m*** (ЗЕ)
1	0	0	1	***–m*** (КФ)
1	0	1	0	***cm*** (КВ)
1	0	1	1	***–cm*** (АК)
1	1	0	0	***m**** (Р–)
1	1	0	1	***–m**** (Р+)
1	1	1	0	***cm**** (З+)
1	1	1	1	***–cm**** (З–)

{***1, –1, c, –c***} = {ТО, СЭ, ПО, ДУ};

{***1, –1, 1*, –1****} = {ТО, СЭ, РО, ДЕ};
{***1, –1, c*, –c****} = {ТО, СЭ, МИ, ПД};
{***1, –1, m, –m***} = {ТО, СЭ, ЗЕ, КФ};
{***1, –1, cm, –cm***} = {ТО, СЭ, КВ, АК};
{***1, –1, m*, –m****} = {ТО, СЭ, Р–, Р+};
{***1, –1, cm*, –cm****} = {ТО, СЭ, З+, З–};

{***1, c, 1*, c****} = {ТО, ПО, РО, МИ};
{***1, c, –1*, –c****} = {ТО, ПО, ДЕ, ПД};
{***1, c, m, cm***} = {ТО, ПО, ЗЕ, КВ};
{***1, c, –m, –cm***} = {ТО, ПО, КФ, АК};

{***1, –c, 1*, –c****} = {ТО, ДУ, РО, ПД};
{***1, –c, –1*, c****} = {ТО, ДУ, ДЕ, МИ};
{***1, –c, m, –cm***} = {ТО, ДУ, ЗЕ, АК};
{***1, –c, –m, cm***} = {ТО, ДУ, КФ, КВ}.

О выделенности *центра* группы уже было сказано. Следующие 6 подгрупп тоже являются *нормальными* (или *инвариантными*, или *самосопряжёнными*). У них тоже *правые* и *левые* смежные классы будут совпадать по составу. Но в отличие от смежных классов *по центру* группы, в этом случае в правых и левых классах не будут одинаковы порядки следования элементов. Возьмём для примера подгруппу {***1, –1, 1*, –1****}, с помощью которой социон делится точно таким же образом, как и парой биполярных признаков *иррационалы*/*рационалы* и *экстраверты*/*интроверты*, т.е. по соционическим темпераментам. Если последовательно умножать элементы этой подгруппы на ***m*** *слева*, то получим такую последовательность: {***m, –m, –m*, m****}, а если *справа*, то, соответственно — {***m, –m, m*, –m****}. Как видим, два последних оператора поменялись местами, но состав четвёрки остался прежним. Заметим, что во все *нормальные* подгруппы, кроме единичного оператора ТО (***1***), обязательно входит оператор СЭ (***–1***).

Последние же 8 подгрупп в нашем списке **не являются** *нормальными*. Покажем это на примере хорошо известной подгруппы «Квадра» {***1, –c, m, –cm***}. Умножив её элементы *слева* на ***1****, получим {***1*, –c*, m*, –cm****}, а если *справа*, то — {***1*, –c*, –m*, cm****}. Как видим, *левый* и *правый* смежные классы по подгруппе «Квадра», образованные с помощью одного и того же оператора, не совпадают по составу элементов. В этом смысле она **не является** *нормальной*. А её фактическое использование при составлении знаменитой Таблицы Аугустинавичюте–Ляшкявичюса привело к тому, что в некоторых блоках 4x4 этой таблицы присутствуют по 4 разновидности операторов ИО, а в других — по 8 (подробнее см. [17]).

Обратим внимание на то, что среди 7-ми *нормальных* подгрупп порядка 4 (включая *центр*) две являются *циклическими*. Именно в них входят операторы *асимметричных* ИО. Остальные 5 *нормальных* подгрупп, а также все 8 подгрупп, не являющихся нормальными, могут быть представлены в виде прямого произведения своих подгрупп порядка 2. Заметим, что в те 8 подгрупп, которые не являются нормальными, хотя и не входит оператор СЭ (***–1***), но в них входит либо оператор ПО (***c***), либо оператор ДУ (***–c***).

С помощью любой из 15 подгрупп порядка 4 можно произвести тетрахотомию социона так, чтобы для каждого ТИМа при фиксированном делении оказывался один и тот же набор из трёх ИО со своими «соседями» по четвёрке. Это те ИО (точнее — операторы ИО, или ИО «на субъективном уровне восприятия»), которые входят в соответствующую подгруппу (без *единичного* элемента). Если же производить тетрахотомию социона с помощью пар биполярных признаков, то с помощью АРПов принципиально невозможно получить такие наборы: {***c***, ***1****, ***c****}, {***c***, ***–1****, ***–c****}, {***–c***, ***1****, ***–c****} и {***–c***, ***–1**** ***c****}, а с помощью ЮМПов нельзя получить другие четыре набора: {***c***, ***m***, ***cm***}, {***c***, ***–m***, ***–cm***}, {***–c***, ***m***, ***–cm***} и {***–c***, ***–m***, ***cm***}.

Кроме того, при делении социона на 4 равновеликих части с помощью биполярных признаков, можно «наловить» много таких случаев, когда в отношении *классических* ИО не выполняется изначально выдвинутое Г.Р. Рейниным требование о «спектре интертипных отношений». Поэтому результат о 35-ти делениях («правильных», как предложил их называть С.И. Чурюмов), «отличающихся спектром отношений» (*по Рейнину*!), нельзя переносить на *классические* ИО (по Аугустинавичюте).

В противовес «правильным» делениям я предложил 15 тетрахотомий социона, которые производятся с помощью подгрупп порядка 4, называть «хорошими». Никаких других делений на 4 равновеликих части, отличающихся спектром *классических* отношений (по Аугустинавичюте), просто не существует. Задачка о подсчёте числа тетрахотомий, которые одновременно являются «хорошими» и «правильными» может быть использована в качестве несложного упражнения при обучении соционике.

Заключение

В ходе развития соционики предлагались различные способы представления операторов ИО. Зачастую эти представления были тесно связаны с представлениями соционических типов, на которые операторы «действуют». Для объяснения самого принципа, на котором основана модель *классических* ИО (по Аугустинавичюте), удобно пользоваться представлением операторов ИО в виде паттернов («картинок»), которые образованы отрезками прямых, соединяющих ячейки с одинаковыми символами ИА в моделях ***A*** двух взаимодействующих ТИМов. При исследовании математических свойств 16-элементной группы операторов ИО удобней было пользоваться матрицами, представляющими операторы, и вектор-столбцами, представляющими ТИМы.

Недавно открытое *каноническое* представление элементов группы операторов классических ИО в виде произведения «базовых» элементов из расширенного *порождающего множества* значительно упростило работу с этой 16-элементной группой и позволило ввести формализованные обозначения для операторов. Эти обозначения являются свёрнутой формой *канонического* представления операторов *классических* ИО. Они ориентированы на представления ТИМов в виде сокращенных графических символов (▲$^+$, ○$^+$, ▙$^-$, …). Утверждения относительно *классических* ИО, полученные ранее с помощью матричного формализма, с использованием *канонического* представления доказываются заметно проще.

Литература:

1. *Аугустинавичюте А.* Соционика. – М.: Черная белка, 2008. – 568с.
2. *Банару А.М.* О группах дихотомий Юнга // Соционика, ментология и психология личности (СМиПЛ). – 2014 – №4. – С. 55-58.
3. *Букалов А.В.* Потенциал личности и загадки человеческих отношений. — М.: Черная белка, 2009. — 592 с.
4. *Гуленко В.В.* Гуманитарная соционика. – М.: Черная белка, 2009. – 344 с.
5. *Гут М.М.* Математическое представление интертипных отношений // СМиПЛ. – 2000. – №1. – С. 60-69.
6. *Ермак В.Д.* Классическая соционика. Системная концепция теории информационного метаболизма психики. – М.: Черная белка, 2009. – 472с.
7. *Зинченко Т.П.* Память в экспериментальной и когнитивной психологии. – СПб.: Питер, 2002. – 320 с.
8. *Минаев Ю.П.* Матричный формализм интертипных отношений // СМиПЛ. – 2012. – №5. – С. 56-61.
9. *Минаев Ю.П.* Сравнительный анализ таблиц интертипных отношений Аугустинавичюте–Ляшкявичюса и Рейнина на основе матричного формализма // СМиПЛ. – 2012. – №6. – С.35-42.
10. *Минаев Ю.П.* 15 малых групп интертипных отношений, которые порождают 23 биполярных признака для типов информационного метаболизма // СМиПЛ. – 2014. – №1. – С. 11-18.
11. *Минаев Ю.П.* Проблема «расщепления» интертипных отношений спектрами совпадений полюсов биполярных признаков // СМиПЛ. – 2014. – № 3. – С. 30-37.
12. *Минаев Ю.П.* Аргументы к полемике о двух группах биполярных признаков // СМиПЛ. – 2014. – № 5. – С. 21-36.
13. *Минаев Ю.П.* От интертипных отношений к двум группам биполярных признаков // СМиПЛ. – 2014. – № 6. – С. 5-17.
14. *Минаев Ю. П.* Матрицы Гута и биполярные признаки Юнга–Минаева // СМиПЛ. – 2015. – № 1. – С. 5-16.
15. *Минаев Ю.П.* Пошаговое составление таблицы интертипных отношений с использованием групповых свойств их операторов // СМиПЛ. – 2016. – № 2. – С. 5-14.
16. *Минаев Ю.П., Даценко И.П., Попович М.А.* От графа Кэли для группы операторов классических интертипных отношений к структурной формуле социона // СМиПЛ. – 2015. – № 4. – С. 23-28.
17. *Минаев Ю.П., Даценко И.П., Шевченко Е.Г.* Упрощение структуры таблицы интертипных отношений с использованием формализованных обозначений для их операторов // Психология и соционика межличностных отношений. – 2016. – № 1-2. – С. 50-57.
18. *Рейнин Г.* Тайны типа. Модели. Группы. Признаки. – М.: Черная белка, 2009. – 304 с.
19. *Цыпин П.Е.* Соционика: диагностика и применение. – М.: Черная белка, 2009. – 384с.
20. *Чурюмов С.И.* Блеск и нищета соционической метафизики. Том 2. – Киев, «Метафизика», 2012. – 512 с.
21. *Чурюмов С.И.* Улыбка Чеширского Кота или Возможное и Невозможное в Соционике: Проблемы, Гипотезы, Решения. – Киев–Дрогобыч: «Вимір», 2007. – 506 с.
22. *Шульман Г.А.* Портрет социона. Введение в соционику Аушры Аугустинавичюте. – М.: Черная белка, 2009. – 472 с.

Статья поступила в редакцию 20.04.2016 г.