МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СОЦИОНИКЕ

УДК 159.923.2

Осипов А. В., Рейнин Г. Р.

СТРУКТУРА МНОЖЕСТВА ЦЕНТРАЛЬНЫХ ПРИЗНАКОВ

В работе Г. Р. Рейнина «Соционика: Типология. Малые группы» было показано, что группа признаков Рейнина является частью множества центральных признаков, которое в свою очередь также являются частью всего множества признаков. В данной статье рассмотрена структура множества центральных признаков, указано место группы признаков Рейнина в этой структуре, представлены практические выводы.

Ключевые слова: соционика, признаки Рейнина, взаимозависимость признаков Рейнина, диагностика ТИМ.

Признаки Рейнина широко используются в соционической практике вот уже более 20-ти лет. Хорошо известно, что их полное количество — 15 (включая в их число базис Юнга). С другой стороны, из [1] известно, что общее число признаков дихотомии социона — почти 33 тысячи. Почему на практике применяются только 15 признаков? А что же остальные? Какое место занимают признаки Рейнина в общей структуре признаков? В данной статье представлены ответы на эти вопросы.

Для того чтобы разобраться, обратимся к работе [1] и воспользуемся ее результатами.

Множество типов и множество признаков

Итак, рассмотрим социон как математическое множество, состоящее из 16 независимых элементов — типов ИМ: $S=\{T_1,..,T_{16}\}$. Для этого множества можно ввести операцию «сечение».

Сечение X_i есть способ разбиения множества S на два непересекающихся подмножества, так что в одном из них все элементы обладают некоторым качеством x_i, в другом — противоположным ему качеством $\bar{x}_i$.

Символьное обозначение сечения: $X_i = \langle x_i, \bar{x}_i \rangle$.

При любом разбиении социона на две группы (т. е. при любом сечении) можно выделить и описать некоторое психологическое качество, их различающее (т. е. представленное в одной группе положительным полюсом, а в другой — отрицательным).Это качество и составляет суть признака. Поэтому понятия «сечение» и «признак» по своей сути тождественны, разница состоит в том, что «сечение» — понятие математическое, а «признак» — психологическое.

Примечание. Поскольку общее число сечений — почти 33 тысячи, а понятий, относящихся к свойствам психики, в несколько раз меньше (в зависимости от языка, от 4 до 17 тысяч) [1, с. 187], то очевидно, что не для каждого сечения имеется адекватное ему понятие в языке. В качестве очевидного примера можно привести базис Юнга: для трех признаков («мышление / чувство», «интуиция / ощущение» и «рациональность / иррациональность») понятия в языке имелись, а для четвертого («экстраверсия / интроверсия») не было, и Юнг описал его и ввел в психологический обиход [2].

Таким образом, множеству типов $S=\{T_1,..,T_{16}\}$ соответствует множество сечений $R=\{E,X_1,..,X_N\}$, где $E=\{0,S\}$ — это единичный элемент данного множества, N — полное количество признаков. Применительно к соционике, множество R есть множество интертипных различий для рассматриваемого множества типов S.

Каково же N для такой группы R? Для множества S полное множество сечений R рассчитывается через биномиальные коэффициенты [1, стр.180]:

$$N = L - 1, \text{ где } L = \frac{1}{2}\sum_{i=0} C_n^i = 2^{n-1}. \quad (1)$$

Результаты для множества из 16-и элементов (n=16) , с учетом $C_n^i = C_n^{n-i}$, представлены в таблице 1 [1, стр.186]:

Таблица 1. Количество возможных сечений для *n*=16.

вид сечения	1/15	2/14	3/13	4/12	5/11	6/10	7/9	8/8
количество реализаций	16	120	560	1820	4368	8008	11440	6435

i/16-i — вид сечения, показывает количество типов ИМ в подмножествах.

Примечание. Из таблицы видно, что любая соционическая малая группа (например, квадра) является самостоятельным признаком 4/12, который, соответственно, имеет собственное психологическое наполнение, включающее в себя в частности и проявления образующих ее признаков Рейнина 8/8 (соответственно, для квадры — это признаки «рассудительные / решительные», «веселые / серьезные» и «аристократы / демократы»).

Графически все это может быть представлено, к примеру, как на рис.1: если представить социон в виде окружности, внутри которой равномерным образом распределены все 16 типов ИМ, то сечения — это линии, разбивающие окружность на 2 части, в одной из которых оказываются сосредоточены типы ИМ, обладающие некоторым качеством x, а в другой — противоположным ему качеством $\bar{x}$.

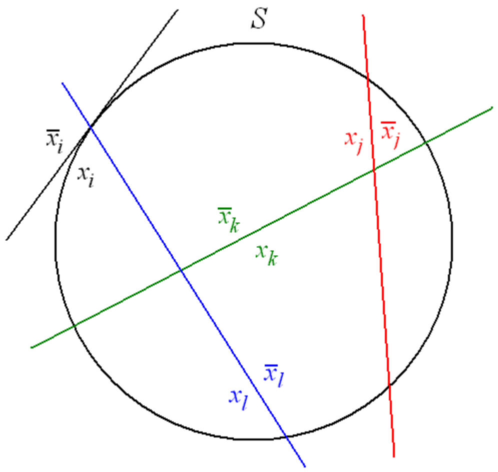


Рис.1. Графическое изображение социона S и его сечений.

Для множества S из 16-ти типов: $N = 2^{16-1} - 1 = 32767$. Это огромное число признаков, которое даже представить трудно, не говоря уже о том, чтобы работать с ними!

А сколько, вообще говоря, нужно? Это определяется уровнем описания [1, стр.197]:

«Итак, имеются три уровня описаний, характеризующих типологию:

1. *Уровень классифицирующих признаков. Это так называемый базис типологии. Здесь минимальное количество признаков соответствует количеству двоичных разрядов, при помощи которых модно пронумеровать типы. Для классификации обычно используются центральные ортогональные признаки.*
2. *Уровень базиса описания — это описание, составленное из элементов порождающего множества. Количество факторов — n-1.*
3. *Уровень полного описания — максимально возможное для данной типологии количество интертипных различий*».

Для множества S (n=16):

1. Уровень классифицирующих признаков — 4 признака.
2. Уровень базиса описания — 15 признаков.

Примечание. Группа признаков Рейнина не является базисом описания.

3. Уровень полного описания — 32767 признаков.

На множестве R можно выделить признаки, которые играют особую роль [1, стр.185]:

- образуемые сечением 1/15: они называются «периферическими», поскольку располагаются на периферии треугольника Паскаля и отделяют один тип от остальных, следовательно, несут информацию о единичном, типическом, ярко выделяя один тип из множества, поэтому используются для *описания* типов;
- образуемые сечением 8/8: они называются «центральными», поскольку находятся в центре треугольника Паскаля и делят множество типов пополам, следовательно, несут обобщенную информацию, поэтому применяются для *классификации* типов.

Примечание. Следует ожидать, что наиболее представимыми в языке будут именно центральные признаки, как отражающие наиболее обобщенные и, соответственно, наиболее часто используемые в речи качества психики человека.

Поскольку признаки Рейнина относятся к центральным, перейдем к рассмотрению множества центральных признаков.

Множество центральных признаков

Введем для множества центральных признаков отдельное обозначение: $M=\{X_1,\dots,X_{6435}\}$. Какими свойствами обладают центральные признаки (помимо того, что каждый из них делит социон пополам)? Центральные признаки обладают двумя ключевыми свойствами — ортогональности и взаимозависимости. Рассмотрим их более подробно.

1. Ортогональность признаков

Возвращаясь к графическому представлению, легко увидеть, что центральные признаки — это сечения, проходящие через центр этой окружности. Очевидно, что среди множества всех возможных пересечений обнаружатся ортогональные друг к другу, как это представлено на рис. 2.

Сечения X_i и X_j ортогональны, если они разбивают множество S на 4 непересекающихся подмножества с равным числом элементов, в одном из которых все элементы обладают признаками x_i и x_j, в другом x_i и $\bar{x}_j$, в третьем $\bar{x}_i$ и x_j, в четвертом $\bar{x}_i$ и $\bar{x}_j$.

Рассмотрим пересечения центральных признаков. Рассчитать полное их число можно по тому же принципу, по которому было рассчитано полное число сечений 8/8: разбить по количеству элементов, отсекаемых вторым сечением в каждой из половинок социона, образованных сечением 8/8. Поскольку сечения проходят через центр, то они разбивают обе половинки симметрично (если одну половинку 1/7, то и другую — тоже 1/7). Кроме того, возможные сечения каждой из половинок независимы, поскольку содержат разные признаки. Следовательно, полное количество возможных пересечений есть произведение количеств возможных сечений каждой половинки:

$$L_2 = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{8} C_8^{i\ \ 2}. \qquad (2)$$

Полученные значения количества возможных пересечений представлены в таблице 2.

Таблица 2. Количество возможных пересечений двух центральных признаков.

вид пересечений	1/7	2/6	3/5	4/4
количество реализаций	64	784	3136	2450

i/8-i — вид пересечения, показывает количество типов ИМ в подмножествах.

Суммарное число пересечений есть 6434, что вместе с признаком, по отношению к которому происходил подсчет, совпадает с количеством центральных признаков, указанным в таблице 1, и подтверждает тем самым правильность вычислений.

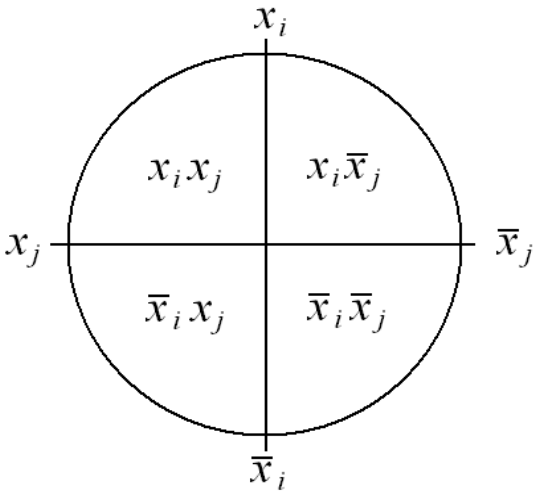


Рис.2. Графическое изображение ортогональных центральных сечений.

Таким образом, каждый центральный признак имеет 2450 ортогональных к нему признаков из множества центральных признаков.

2. Взаимозависимость признаков

Рассмотрим пересечение двух признаков. В результате разбиения множества S центральными признаками X_i и X_j образуются 4 сектора по 4 типа (см. рис. 2). Очевидно, что секторы, расположенные по диагонали друг к другу попарно образуют 2 группы по 8 типов, и следовательно, представлены некоторым признаком X_k, отличным от X_i и X_j , также центральным.

Математическим отображением такого свойства является бинарная операция умножения сечений:

$$X_i \oplus X_j = \left\langle x_i x_j \cup \bar{x}_i \bar{x}_j, x_i \bar{x}_j \cup \bar{x}_i x_j \right\rangle = \left\langle x_k, \bar{x}_k \right\rangle = X_k .$$

На множестве центральных признаков пересечение исходных признаков X_i и X_j с новым X_k не порождает более никаких новых сечений, а лишь самих себя: пересечение X_i и X_k образует X_j, а пересечение X_j и X_k — X_i. Такие сечения называются *взаимозависимыми*:

Сечения X_i, X_j, X_k, взаимные пересечения которых не образуют новые сечения, но лишь самих себя, называются взаимозависимыми.

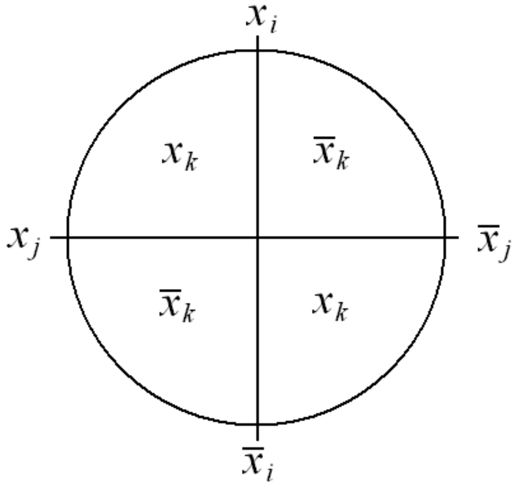
На множестве центральных признаков операция бинарного умножения обладает свойствами ассоциативности:

$$X_i \oplus X_j = X_k \qquad X_i \oplus X_k = X_j \qquad X_j \oplus X_k = X_i$$

и коммутативности:

$$X_i \oplus X_j = X_j \oplus X_i$$

На рисунке 3 для примера приведена тройка таких взаимозависимых признаков из группы признаков Рейнина. В переводе с языка математики на язык соционики, эти формулы показывают, что *экстравертный логик — уступчивый, уступчивый экстраверт — логик, уступчивый логик — экстраверт*.



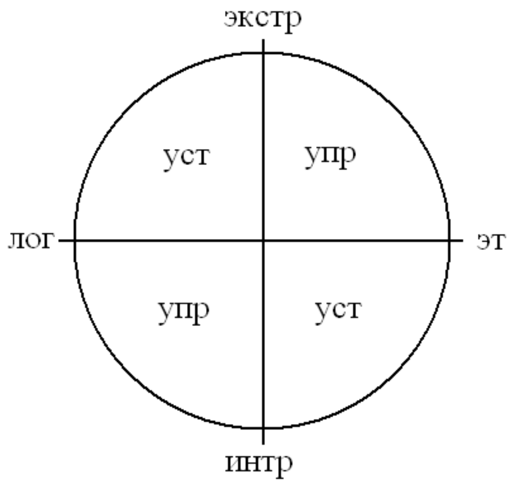


Рис. 3. Графическое изображение взаимозависимости признаков: в теории и на примере.

Все 15 признаков Рейнина попарно ортогональны и связаны между собой свойством взаимозависимости. Поскольку пересечение любых признаков из этой группы образует сечение, также принадлежащее этой группе, то группа признаков Рейнина образует абелеву группу относительно введенной операции умножения [1].

Примеры применения этого свойства на практике рассмотрены в [3], там же представлены раскрытые таблицы умножения признаков.

Структура множества центральных признаков

А что же остальные 6435-15=6420 признаков? Ведь по своей сути — чисто математически — они абсолютно равнозначны признакам Рейнина. Пользуясь этой самой математической равнозначностью, можно показать, что все центральные признаки образуют абелевы группы из 15-и попарно ортогональных взаимозависимых признаков, подобные группе признаков Рейнина.

Множество центральных признаков *M* представлено множеством абелевых групп попарно ортогональных взаимозависимых признаков.

Доказательство: *«Для любого признака из множества центральных признаков $M=\{X_1,..,X_{6435}\}$ можно построить еще 3 попарно ортогональных линейно независимых признака, которые вместе с ним образуют базис типологии, т. е. позволяют выделить тип. Кроме этого, можно построить еще 11 признаков, которые вместе с этими 4-мя образуют абелеву группу из 15-и признаков. Какой бы признак из M мы ни взяли, он всегда будет принадлежать некоторой абелевой группе из 15-и признаков. Группы полностью покрывают все множество признаков M (т. е. невозможно построить центральный признак, не принадлежащий какой-либо группе из 15-и)».*

Соответственно, данное утверждение порождает следующие вопросы: сколько всего таких групп содержится на множестве центральных признаков? сколько абелевых групп может быть построено на одном признаке?

Чтобы ответить на эти вопросы, в данной ситуации удобно продолжать двигаться в начатом направлении — продолжать искать признаки, которые на каждом шаге делят образующиеся подгруппы пополам. Для множества из 16-и элементов таких шагов необходимо 4.

Итак, мы уже сделали 2 шага в этом направлении: на первом шаге посчитали количество признаков, разбивающих множество S пополам — на 2 подмножества по 8 элементов, на втором — количество ортогональных к ним признаков, делящих социон на группы по 4 элемента. Следующий шаг — поиск сечений, попарно ортогональных к обоим предыдущим сечениям. Такие сечения разбивают 4 подмножества по 4 элемента (ТИМа) на 8 подмножеств по 2 элемента. В уже введенных обозначениях это сечения типа 2/2. Расчет проводится полностью по аналогии со 2-м шагом: поскольку количество возможных комбинаций разбиения элементов в каждом из 4-х подмножеств независимо, то полное количество возможных пересечений есть произведение количеств сечений по всем 4-м сегментам, откуда количество ортогональных сечений: $\frac{1}{2}\left(C_4^2\right)^4 = 648$.

И наконец, на последнем, 4-м шаге точно таким же образом подсчитываем количество возможных разбиений типа 1/1: $\frac{1}{2}\left(C_2^1\right)^8 = 128$.

Таким образом, мы получили, что существует 6435 центральных признаков, к каждому из них есть 2450 ортогональных, к каждой паре ортогональных признаков — 648 попарно ортогональных к ним взаимонезависимых признаков, к каждой такой тройке попарно ортогональных признаков 128 также попарно ортогональных взаимонезависимых признаков. Взаимное произведение всех этих чисел дает полное число независимых базисов. Необходимо только учесть, что каждый базис мы посчитали 4 раза — с каждым признаком. Соответственно, полное число независимых базисов из 4-х центральных признаков: $N_b = 6435 \cdot 2450 \cdot 648 \cdot 128 \div 4 = 326918592000$. Таким образом, множество центральных признаков содержит более чем триста миллиардов (!) независимых базисов из 4-х признаков.

Чтобы посчитать количество абелевых групп, вспомним, что полное число независимых базисов в одной группе — 840 [1, стр.120], следовательно, полное число абелевых групп на множестве центральных признаков: $N_{ag} = N_b \div 840 = 389188800$.

Сколько абелевых групп можно построить на одном центральном признаке? Очевидно: $N_{ag(1)} = N_{ag} \div 6435 = 60480$.

Таким образом, сформулированное выше утверждение о структуре множества центральных признаков в окончательном варианте будет звучать так:

Множество центральных признаков *M* представлено множеством перекрывающихся (т. е. имеющих общие элементы) абелевых групп из 15-и попарно ортогональных взаимозависимых признаков, включая группу признаков Рейнина.

Заключение

По результатам проведенной работы можно сделать следующие выводы:

1. Группа признаков Рейнина (15 признаков, включая базис Юнга) является лишь одной из множества абелевых групп попарно ортогональных взаимозависимых признаков на множестве центральных признаков.

Все центральные признаки (6435, включая признаки Рейнина) и все абелевы группы центральных признаков (389188800, включая группу признаков Рейнина) в математическом смысле абсолютно равнозначны.

2. В работе [1] на основании анализа факторных и типологических методик была высказана гипотеза о существовании единой типологии личности, состоящей из 16-и типов. Предполагается, что именно эта типология породила несметное количество используемых в психологии различных факторных и типологических описаний.

Предлагаемая здесь работа, по нашему мнению, является следующим шагом, позволяющим осознать и структурировать имеющийся психологический инструментарий. Высказанную гипотезу о существовании единой типологии можно дополнить предположением о том, что все факторные описания наиболее вероятно

представлены какими-либо из описанных выше абелевых групп центральных признаков.

Поскольку, как было указано, такие группы могут перекрываться, то и имеющиеся факторные описания могут иметь общие признаки (т. е. одни и те же признаки могут присутствовать в разных описаниях, в том числе и с разными названиями).

3. Открывается задача по определению других признаков, а также по определению структуры и психологического наполнения других абелевых групп.

На данный момент постановка такой задачи представляется преждевременной, т. к. приведет к распылению и без того немногочисленных сил, направленных на изучение одной известной и уже давно разрабатываемой группы — группы признаков Рейнина (очевидно, что одна полностью проработанная группа лучше, чем несколько недоработанных).

4. Возникает интересный вопрос: почему Юнг взял за основу именно эти признаки?

Могли быть взяты любые другие признаки (любой другой из более, чем трехсот миллиардов базисов) и, соответственно, любая другая группа ортогональных признаков. На данный момент видны три возможных варианта ответа на этот вопрос:

- признаки, образующие базис Юнга, выделены в психике человека и наиболее заметны в поведении;
- индивидуальные психологические особенности самого К. Г. Юнга (т. е. эти признаки каким-то образом выделены в психике лично К. Г. Юнга и потому более прочих бросались ему в глаза);
- случайность (например, среди клиентов попадались преимущественно такие, у которых именно эти признаки были наиболее заметны).

Авторы выражают глубокую благодарность доктору философии в области соционики Т. Н. Прокофьевой за ценные советы и замечания по статье.

Литература:

1. *Рейнин Г. Р.* Соционика: Типология. Малые группы. — СПб: Изд-во «Образование-Культура», 2005.
2. *Юнг К. Г.* Психологические типы / Пер. С. Лорие. — Мн.: ООО «Харвест», 2003. — 528 с.
3. *Осипов А. В.* Взаимозависимость признаков Рейнина. // В кн.: Соционика для профессионалов. Соционические технологии в педагогике и управлении персоналом. / Под ред. Т. Н. Прокофьевой. — М.: «Алмаз», 2008. — 323 с.
4. *Аугустинавичюте А.* Теория признаков Рейнина // В кн.: Аугустинавичюте А. «Социон». — М.: «Черная белка», 2008. — 192 с.

Статья поступила в редакцию 24.10.2010 г.