МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В СОЦИОНИКЕ

УДК 159.9.075

Дубров Я. А.

О ТОПОСНОЙ МОДЕЛИ ФАЗЗИОННЫХ ТИПОВ И МЕЖТИПНЫХ ОТНОШЕНИЙ*

Анализируется топосная модель фаззионных (нечетких, расплывчатых) типов и межтипных отношений. Дается теоретико-категорное обоснование релятивной соционики. Демонстрируется связь формоцветной соционики и системы чакр с топосной моделью социона.

Ключевые слова: топос, фаззионность, функция принадлежности, релятивная соционика, система чакр.

В работе [1] на базе принципов категорного анализа логики [2–3] и определенных аналитических исследований нами была обоснована концепция фаззионности (расплывчатости, размытости, нечеткости) психологических типов или типов информационного метаболизма (ТИМов). Однако, как эмоционально и с определенным скепсисом высказался на Международной конференции по соционике в Киеве в 2008 г. И. Ю. Литвиненко, базируясь на своей статье [4], о «блуждании Дуброва Я. А. формулами по статьям соционических журналов», подчеркивая этим самим, во-первых, весьма мощный математический формализм, который используется в этих статьях, а, во-вторых, наверно, его возможную нецелесообразность в соционике. Тем не менее, по нашему мнению, новые мощные теории (как, например, соционика и психоинформатика) нуждаются в мощном математическом аппарате, который предоставили теория категорий, алгебра Гейтинга и теория топосов, а также теория фаззионных (т. е. расплывчатых, размытых, нечетких) множеств. В данной работе мы несколько конкретнее, чем в работе [1], привязываем этот математический аппарат к моделированию соционических типов и межтипных отношений.

1. Фаззионность типов как следствие фаззионности признаков типов

Нами уже отмечалось [5], что существует ряд обозначений (символов, кодов, понятий, названий, псевдонимов) как для функций информационного метаболизма (психических функций), так и для типов и межтипных отношений. Это прежде всего символы или коды Аугустинавичюте для психических функций, на базе которых строятся коды ТИМов. Расшифровка этих кодов дается в словесном виде, где приводится определенная информационно-метаболическая интерпретация типов. Кроме того, каждому типу приписывается определенный псевдоним из имен и фамилий видающихся людей или героев книг. В типологии Майерс-Бриггс (МБ) для обозначения типов используются тетрады из символов для функций мышления, функций ориентации деятельности, функций поведения и функций ощущений.

2. Кодирование типов фаззионными тетрадами Майерс-Бриггс

Известно, что в типологии МБ для построения и обозначения типов используются тетрады из символов (начальных букв соответствующих слов) для функции ориентации деятельности (*экстраверсия E* и *интроверсия I*), для функции ощущений (*интуиция N* и *сенсорика S*), для функции поведения (*логика T* и *этика F*), для функции мышления (*иррациональность P* и *рациональность J*). Таким образом, в типологии МБ используются тетрады из букв *E* или *I*, *N* или *S*, *T* или *F*, *P* или *J*. В тетрадах на каждом наперед зафиксированном месте может стоять только одна из фиксированных букв согласно принципу дихотомии: *E* или *I* на первом месте тетрады, *N* или *S* — на втором, *T* или *F* — на третьем, *P* или *J* — на чет-

*Основные результаты этой статьи докладывались на XXV Международной конференции по соционике (Киев, 2009).

вертом. Очевидно, что всех возможных тетрад 16. Преимущество кодирования типов тетрадами МБ, а не черно-белыми диадами А. Аугустинавичюте, состоит в том, что инструментарий тетрад позволяет легко построить математические модели типов и межтипных отношений.

Тетрады МБ можно также использовать для представления фаззионных типов. В случае обычных (детерминированных) типов каждый дихотомический признак мы кодировали 1 или 0. Например, мы выбрали такое кодирование: $E = 1$, $I = 0$, $N = 1$, $S = 0$, $T = 1$, $F = 0$, $P = 1$, $J = 0$ [6]. Это означает, что типы относительно каждого из дихотомических признаков разбиваются на два непересекающиеся множества (*экстравертов* и *интровертов*, *интуитов* и *сенсориков*, *логиков* и *этиков*, *иррационалов* и *рационалов*). Условно множествам *экстравертов*, *интуитов*, *логиков* и *иррационалов* приписывается число 1, а множествам *интровертов*, *сенсориков*, *этиков* и *рационалов* — число 0. В результате получим бинарные (булевы) тетрады.

В случае фаззионных типов типы относительно каждого из дихотомических признаков разбиваются на пересекающиеся множества. При этом принадлежность типа к тому или иному множеству дихотомических признаков является частичной. Это означает, что характеристическая функция множества (или функция принадлежности) принимает значение из интервала $[\mathbf{0;1}]$. Именно такую характеристическую функцию имеют фаззионные множества Заде. В том случае, когда интервал $[\mathbf{0;1}]$ вырождается в множество из двух элементов $\{0,1\}$, фаззионное множество преобразуется в обычное множество.

Что же касается тетрадного кодирования фаззионных типов, то здесь можно пользоваться следующей процедурой. На места единиц и нулей бинарных тетрад целесообразно расположить значения характеристических функций, которые представляют собой покомпонентный уровень принадлежности по определенному дихотомическому признаку к фиксированному типу. Таким образом, тетрада $\omega = \omega_1\omega_2\omega_3\omega_4$, где $\omega_i \in [0,1], i = 1,...,4$, при помощи компоненты ω_1 описывает уровень ориентации деятельности (*экстраверсия* или *интроверсия*), компоненты ω_2 — уровень ощущений (*интуиции* или *сенсорики*), компоненты ω_3 — уровень поведения (*логики* или *этики*), компоненты ω_4 — уровень мышления (*иррациональности* или *рациональности*).

В работе [1] было показано, что социон как множество B^4 булевых тетрад-психотипов относительно операции + сложения по модулю 2 ($\bmod 2$) или операции неравнозначности образует аддитивную (абелеву) группу с нулем $0000 \in B^4$, т. е. $G = (B^4, +)$ — абелева группа, в которой операция + играет роль как сложения, так и вычитания. Отметим, что операция + на тетрадах выполняется покомпонентно.

Для того чтобы показать, что социон B^4 можно рассматривать как линейное метрическое пространство с метрикой Хеминга, необходимо было выбрать тело K с операциями сложения и умножения, а над этим телом построить абелеву группу G (в нашем случае $G = (B^4, +)$) и задать операцию $f : K \times G \to G$ (т. е. операцию умножения ˙ скаляра из K на вектор из G). В качестве тела K нами была выбрана алгебра Жегалкина на $B = \{0,1\}$, т. е. $K = (B, +, \wedge)$. Расстояние Хеминга $h(x, y)$ для двух тетрад x и y дается выражением

$$h(x, y) = \sum_{i=1} (x_i + y_i) = \sum_{i=1} |x_i - y_i|.$$

Таким образом, социон как четырехмерное линейное метрическое пространство с метрикой h — это следующая гетерогенная (с двумя основаниями B, B^4) алгебра

$$A = \{B, B^4; +, \wedge\},$$

где операции + и ˙ в B выполняются как на числах, в B^4 — как на векторах (покомпонентно), а при умножении числа на вектор — также покомпонентно.

Возникает вопрос, возможно ли что-то подобное линейному метрическому пространству в случае фаззионных типов. Здесь существенную роль должна сыграть алгебра на функциях принадлежности $\omega \in \Omega$, где $\Omega = [0,1]$ с операциями обычного умножения $\omega_i \omega_j$, сложения $\omega_i \oplus \omega_j \overset{\text{def}}{=} \omega_i + \omega_j - \omega_i \omega_j$, где « + » — обычное сложение, и $\bar{\omega} = 1 - \omega$ — дополнение $\bar{\omega}$ (а точнее, квазидополнение). Легко видеть, что выполняются следующие свойства:

$$\omega_i \cdot \omega_j = \omega_j \omega_i,\ \omega_i \cdot (\omega_j \cdot \omega_k) = (\omega_i \cdot \omega_j) \cdot \omega_k,$$
$$\omega_i \oplus \omega_j = \omega_j \oplus \omega_i,\ \omega_i \oplus (\omega_j \oplus \omega_k) = (\omega_i \oplus \omega_j) \oplus \omega_k,$$
$$\omega_i \oplus 0 = \omega_i,\ \omega_i \oplus 1 = 1,\ \overline{\omega_i \cdot \omega_j} = \bar{\omega}_i \oplus \bar{\omega}_j,$$
$$\omega_i \cdot 1 = \omega_i,\ \overline{\overline{\omega_i}} = \omega_i,\ \overline{\omega_i \oplus \omega_j} = \bar{\omega}_i \cdot \bar{\omega}_j.$$

Таким образом, имеют место законы коммутативности, ассоциативности и законы Моргана. Свойства идемпотентности и дистрибутивности в этой алгебре не имеют места.

Если рассматривать функции принадлежности безотносительно к фаззионным множествам, для которых они являются характеристическими функциями, то построенная выше алгебра является алгеброй фаззионных (нечетких) переменных, которую мы условно назовем алгеброй Заде-Кофмана. Частными случаями этой алгебры является алгебра структурных функций, которые принимают значения только из множества $\{0,1\}$, относительно операций $\oplus$, , и алгебра независимых вероятностных событий с операциями $\oplus, \cdot, {}^{-}$ [7].

Для того, чтобы построить аналог линейного метрического пространства над алгеброй фаззионных переменных Заде-Кофмана, которая, вообще говоря, совпадает с алгеброй фаззионных множеств с операциями сложения, умножения и дополнения на них, необходимо определить операцию умножения фаззионного множества на число, что фактически эквивалентно операции умножения фаззионной переменной на неотрицательное действительное число из множества R.

Такая операция умножения $\odot$ определяется следующим образом [8]:

$$\rho \odot A = \overline{(\bar{A})^{\rho}},$$

где $\rho \in R, A \in F, \bar{A}$ — операция дополнения (отрицания) множества A, F — класс фаззионных множеств, A^{ρ} — операция возведения к степени множества A.

Таким образом, операция умножения является следующим отображением $\odot : R \times F \to F$. Поскольку функции принадлежности множеств $\bar{A}$ и A^{ρ} имеют вид $\omega_{\bar{A}}(u) = 1 - \omega_A(u), \omega_{A^{\rho}}(u) = [\omega_A(u)]^{\rho}$, где $u \in A$, то функция принадлежности множества $\rho \odot A$ дается следующим выражением:

$$\omega_{\rho \odot A}(u) = 1 - (1 - \omega_A(u))^{\rho}.$$

Таким образом, мы построили гетерогенную двухосновную алгебру фаззионных типов, которая дается в следующем виде:

$$A_{\tau} = \langle \{F, R\}; \oplus, \cdot, {}^{-}, +, \times, \odot \rangle,$$

где F — класс фаззионных множеств, R — множество неотрицательных действительных (в частности, целых) чисел, $\oplus, \cdot, \bar{\omega}$ — операции алгебраической суммы, умножения и дополнения на фаззионных переменных ω (значениях функций принадлежности), $+, \times$ — обычные операции сложения и умножения чисел из R; $\odot$ — операция умножения фаззионного множества из F на число из R.

Алгебра A_{τ}, построенная на множестве чисел и классе фаззионных множеств, имеет ряд характерных свойств алгебр чисел и алгебр фаззионных множеств и может быть использована для описания и изучения разнообразных метаморфоз фаззионных психологических типов в процессе их эволюции и определенных трансформаций типов в том, в частности, случае, когда психологический тип можно представить в виде лингвистической переменной. Отметим, что алгебру действительных чисел и алгебру фаззионных множеств структурирует в единую целостную алгебру A_{τ} операция умножения $\odot$ фаззионных множеств на действительные числа.

В работе [8] алгебру A_7 (без операции дополнения) предлагается использовать для оценки зависимости качества продукции от качества ресурсов, которая базируется на семантическом правиле, которое входит в определение лингвистической переменной. Кроме того, в книге [7] предложен ряд показателей качества функционирования системы, которые базируются на фаззионных переменных и соответствующих алгебрах.

После построения и краткого анализа алгебры A_7 наступила очередь сконструировать аналог четырехмерного линейного метрического пространства, элементами которого должны быть фаззионные тетрады психотипов. Однако здесь следует отметить, что в алгебре A_7 операции $\oplus, \cdot$ не имеют обратных операций, т. е. вычитания и деления, поскольку такие операции выводят из этой алгебры по причине отсутствия среди характеристических функций отрицательных функций и функций, значения которых больше единицы. Таким образом, алгебра A_7 не является ни телом, ни кольцом. Из этого следует, что над алгеброй A_7 нельзя построить классическое линейное пространство, но, с другой стороны, возможен вариант построения над алгеброю Заде-Кофмана линейной алгебры в том смысле, что на тетрадах можно определить операции покомпонентного сложения и вычитания, а также умножения скаляра на тетраду.

Итак, множество фаззионных тетрад вместе с покомпонентными операциями сложения, умножения, дополнения и умножения на скаляр, который является фаззионной переменной или значением фаззионной функции принадлежности, образует алгебру, которая не является линейной, поскольку при умножении скаляра на тетраду не выполняется закон дистрибутивности.

3. Кодирование типов фаззионными октадами

Фаззионность типов, а тем более дихотомичность признаков типов делает целесообразным и даже логичным рассмотрение не фаззионных тетрад, а фаззионных октад. Необходимость такого рассмотрения состоит в том, что по некоторым дихотомическим признакам, которые в тетрадах занимают те же места (позицию) (например, экстравертность и интровертность), функции принадлежности для обоих однопозиционных признаков могут быть весьма близкими или даже равными (например, при центроверсии функции принадлежности экстравертности и интровертности равны и равняются 0,5). Таким образом, вместо тетрад $\omega = \omega_1 \omega_2 \omega_3 \omega_4$ мы будем иметь октады $\omega = \omega_1 \omega_2, \omega_3 \omega_4, \omega_5 \omega_6, \omega_7 \omega_8$, где каждая пара является значением двух функций принадлежности однопозиционных признаков.

На первый взгляд кажется странным такой подход, поскольку нивелируется в значительной мере разница между психологическими типами, как и между соответствующими дихотомическими признаками. Таким образом, вообще говоря, тестирование или диагностирование типов, во-первых, намного усложняется, а, во-вторых, само тестирование должно иметь определенную оценку точности или ошибки. Далее, возникает несколько более глобальный вопрос. Если различение реальных типов весьма проблематично, то стоит ли вообще определять типы и вести научные исследования в этом направлении? Ответ на этот вопрос дается в работе [1], где отмечается, что одной из специфических черт фаззионных типов является то, что они могут быть одинаковыми фаззионными подтипами разных четких типов, а это ведет к неоднозначности в определении типа, и такая неоднозначность весьма часто встречается даже в классической соционике при классическом тестировании. В этом случае может стать полезным понятие множества α — уровня множества A, под которым понимается множество (в обычном понимании) A_α всех таких элементов универсального множества U, степень принадлежности которых фаззионному множеству A больше или равна α, т. е. $A_\alpha = \{u | \omega_A(u) \geq \alpha\}$.

Очевидно, что на фаззионных октадах, как и на фаззионных тетрадах, можно также построить алгебру с покомпонентными операциями сложения, умножения, дополнения и умножения на скаляр, которая также не является линейной.

4. Кодирование типов фаззионными 15-компонентными векторами биполярных признаков Рейнина

Известно, что каждый ТИМ можно представить в виде последовательности (вектора, строки) пятнадцати биполярных признаков Рейнина. При этом каждый биполярный (или дихотомический) признак Рейнина отвечает 15-ти семантическим осям — дихотомиям социона [9]. В работе [10] с каждым ТИМом по определенному правилу сопоставляется 15-компонентный вектор, каждая компонента которого принимает два значения — 0 и 1, которые можно интерпретировать как соответствующие характеристические функции (или функции принадлежности) для биполярных признаков Рейнина. 0 означает, что данный биполярный признак не принадлежит типу, а 1 — принадлежит. Идя далее и полагая, что компоненты вектора могут принимать значения из интервала $[0;1]$, мы тем самым постулируем факт принятия функциями принадлежности произвольных значений из интервала $[0;1]$. А это, в свою очередь, означает, что 15-компонентный вектор биполярных признаков Рейнина или вектор ТИМа преобразуется в фаззионный вектор, каждая компонента которого характеризует степень принадлежности данного реального (фаззионного) типа к идеальному (четкому) типу по данному биполярному признаку Рейнина. Очевидно, что по численным значениям некоторых признаков реальный фаззионный тип может принадлежать идеальному типу, а по некоторым — нет. Таким образом, определение типа неоднозначно. Одним из способов поиска компромисса является, как и в случае фаззионных тетрад, переход к 30-компонентному вектору биполярных признаков Рейнина, т. е. для каждого признака нужно рассматривать две функции принадлежности и отдать предпочтение при тестировании тому признаку, который имеет бóльшую функцию принадлежности.

Что же касается фаззионности социона, то, беря за основу алгебру фаззионных переменных (и множеств) Заде-Кофмана, можно построить алгебру фаззионных 30-компонентных векторов-типов с операциями покомпонентного сложения, умножения, дополнения и умножения на скаляр, которая также не является линейной. Очевидно, что в результате выполнения операций алгебры над фаззионными типами мы снова получим фаззионные типы, т. е. операции этой алгебры не выводят из фаззионного социона.

Что же касается связывания фаззионного социона с 30-компонентными векторами-типами биполярных признаков Рейнина с соционом с 15-компонентными векторами-типами, то второй является частным случаем первого при рассмотрении для каждого признака только одной функции принадлежности. С другой стороны, если ограничиться только четырьмя признаками Аугустинавичюте-Рейнина (*экстравертность-интровертность*, *интуиция-сенсорика*, *логика-этика*, *иррациональность-рациональность*) и использовать для каждого признака две функции принадлежности, 30-компонентний фаззионный социон трансформируется в 8-компонентный фаззионный социон октад, который в свою очередь легко трансформируется в 4-компонентный фаззионный социон тетрад.

Фаззионный социон в составе фаззионных вектор-типов можно строить не только на базе алгебры Заде-Кофмана, но и на базе фаззионных операций классической теории множеств (объединения, пересечения, дополнения).

5. Межтипные отношения фаззионных типов

Для построения таблицы межтипных отношений, которая должна быть обобщением таблицы-матрицы Ляшкявичюса-Аугустинавичюте, необходимо определить операции на функциях принадлежности типов для получения численного значения межтипных отношений. Очевидно, что эта таблица не может быть представлена в виде конечной матрицы, поскольку множество фаззионных типов ввиду возможных значений функций принадлежности, которые существенным образом определяют спектр и количество психологических типов, является бесконечной.

Что же касается нахождения межтипных отношений для фаззионных типов, то здесь имеет смысл воспользоваться результатами работ [5–6, 10], в которых формируются операции на типах для нахождения межтипных отношений для разных соционических моделей. Для нашего случая (фаззионного) такой операцией для двух типов с функциями принадлежности ω и ν (векторными или скалярными) является операция обычного вычитания, т. е. $\omega - \nu$ в случае действия типа с ω на тип с ν и $\nu - \omega$ в случае обратного действия. При векторном представлении типов вычитание выполняется покомпонентно. Очевидно, что операция вычитания выводит из множества функций принадлежности, поскольку при действии этой операции можно получить отрицательные числа, абсолютные значения которых будут находиться в интервале [0,1]. Для типов с одинаковыми функциями принадлежности (тождественными типами) межтипное отношение является нулевым (или нулевым вектором, или нулевым скаляром-числом).

Отметим, что представление типа в виде скаляра, т. е. в виде единственной функции принадлежности, которая описывает принадлежность к некоторому фиксированному четкому типу, имеет свои особенности, как в плане тестирования, так и в плане свертки вектора принадлежности, который состоит из компонент-функций принадлежности, к скаляру принадлежности при помощи различных методов усреднения и поиска в области компромиссов по Парето.

Естественным образом возникает вопрос, какую операцию выбрать для нахождения межтипных отношений по двум известным межтипным отношениям. Поскольку межтипные отношения для двух фаззионных типов, имеющих функции принадлежности ω и μ равны $\omega - \mu$, а для двух типов с функциями принадлежности μ и ν, равны $\mu - \nu$, то для двух типов с функциями принадлежности ω и ν они, естественно, будут иметь вид $\omega - \nu$. А это эквивалентно следующему сложению межтипных отношений $(\omega - \mu) + (\mu - \nu) = (\omega - \nu)$. Таким образом, межтипные отношения между двумя типами с функциями принадлежности ω и ν, которые действуют один на другого через определенного посредника с функцией принадлежности μ, равны сумме межтипных отношений первого типа с посредником $\omega - \mu$ и посредника с другим типом $\mu - \nu$, т. е. $(\omega - \mu) + (\mu - \nu) = (\omega - \nu)$. Этот факт будет использован для построения топосной модели фаззионного социона.

6. О топосе фаззионных типов и межтипных отношений

Для построения базовой топосной модели социона мы будем представлять фаззионный тип в виде скаляра, который численно равен функции принадлежности, которая характеризует принадлежность реального типа к определенному фиксированному четкому (идеальному, чистому) типу. Очевидно, что в этом случае реальный тип можно рассматривать как подтип идеального типа А. Аугустинавичюте. Таких подтипов для данного типа, вообще говоря, может быть целый континуум.

Беря за основу базовой модели идеальные типы Аугустинавичюте (А-типы), мы должны иметь в виду, что каждый такой тип может рассматриваться как множество идеальных (виртуальных) индивидов, характеристические функции которых (или функции принадлежности) равны единице. Очевидно, что всех А-типов 16. Если не рассматривать и не использовать понятие множества α-уровня фаззионного множества [1], то всякий фаззионный тип может рассматриваться как фаззионный подтип любого А-типа, т. е. каждый реальный индивид может себя считать любым одним из 16-ти А-типов. Очевидно, что при этом не учитывается степень близости этого реального типа к А-типу.

Актуальным для топоса фаззионных типов является вопрос инициального (начального, терминального) и финального (конечного) объектов. Учитывая то, что этот топос должен быть топосом $\Omega - \mathrm{Set}$, мы должны дать точные определения и характеристики этих важных объектов.

Известно, что объект O называется начальным в категории, если для каждого объекта a из этой категории существует одна и только одна стрелка (морфизм) из O в a, т. е. $!: O \rightarrow a$ или $0_a : O \rightarrow a$. Очевидно, что в нашем случае начальным объектом будет «пустой» тип (tabula rasa) с функцией принадлежности, тождественно равной 0. С другой стороны, объект 1 называется конечным в категории, если для каждого объекта a категории существует одна и только одна стрелка-морфизм из a в 1, т. е. $!: a \rightarrow 1$ или $I_a : a \rightarrow 1$.

Как и в случае теоретико-множественного топоса Set , в фаззионном топосе $\Omega - \mathrm{Set}$ фаззионные типы как одноэлементные множества с соответствующими функциями принадлежности (фаззионные синглетоны) являются конечными объектами.

Что же касается морфизмов между фаззионными типами, то они, вообще говоря, являются фаззионными. Однако пока что не существует общего алгоритма поиска фаззионных морфизмов по фаззионным типам. Мы предложили в п. 5 простой метод нахождения морфизмов по типам, который редуцируется к разности соответствующих функций принадлежности типов. Очевидно, что эта разность уже не будет функцией принадлежности фаззионного множества, поскольку она может принимать отрицательные значения.

7. Релятивная соционика и категория межтипных отношений (МО)

Основная идея релятивной соционики, которая базируется на релятивной концепции В. Гуленко, состоит в том, что при изучении социона исходным считается не понятие ТИМа, а понятие межтипного отношения. При этом, каждому межтипному отношению ставится в соответствие определенный ТИМ (а именно тот, который находится в данном отношении с типом ИЛЭ), т. е. устанавливается определенный изоморфизм множества МО и множества ТИМов. Однако, такой изоморфизм имеет, по нашему мнению, слишком интуитивно-эмпирический характер. Мы попробуем математически обосновать основную идею релятивной соционики.

Категорная (нуль-категорная) модель как базовая модель социона может также рассматриваться, как и любая категория, в контексте другого определения категории через класс элементов, которые называются морфизмами (стрелками). В соответствии с этим определением категория — это класс элементов-морфизмов Mor, на котором определены два отображения $\alpha, \omega : Mor \to Mor$ и частичная бинарная операция или закон композиции

$$\circ : Mor \times Mor \to Mor \text{ или } \circ(g, f) \to g \circ f \text{ или } \cdot(g, f) \to f \cdot g$$

определена для таких пар, что $\omega(f) = \alpha(g)$, где $f, g \in Mor$ [11].

Пусть α, ω и $\circ$, удовлетворяют следующие аксиомы:

1. Композиция ассоциативна, т. е. для любых морфизмов $f, g, h \in Mor$ выполняется равенство

$$h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f \text{ или } f \cdot (g \cdot h) = (f \cdot g) \cdot h$$

каждый раз, когда определены произведения $g \circ f$ и $h \circ g$ или $g \cdot h$ и $f \cdot g$.

2. Для любого морфизма $f \in Mor$ существуют такие единичные морфизмы α, ω, что произведения $\alpha \cdot f, f \cdot \omega$ определены (морфизм α называется единичным или тождественным, если произведение $\alpha \alpha$ определено и $\alpha \cdot f = f$, и $g \omega = g$ для любых морфизмов $f, g \in Mor$, для которых произведения $\alpha \cdot f$ и $g \omega$ определены); единичные морфизмы α и ω называются соответственно левым и правым единичными морфизмами морфизма f.

3. Для любых двух единичных морфизмов α и ω данной категории в этой категории существует лишь множество, возможно и пустое, морфизмов f, для которых α — левый единичный морфизм, а ω — правый единичный морфизм.

Из условия 1 следует, что для каждого морфизма категории существует лишь один левый единичный морфизм и лишь один правый единичный морфизм и что произведение $f \cdot g$ морфизмов f и g определено тогда и только тогда, когда правый единичный морфизм f совпадает с левым единичным морфизмом морфизма g.

Предыдущие аксиомы компактно можно записать следующим образом:

а) $\omega_2 = \omega, \alpha_2 = \alpha, \omega\alpha = \alpha, \alpha\omega = \omega$;

б) $\alpha(f \cdot g) = \alpha(f); \omega(f \cdot g) = \omega(g)$;

в) $h \cdot (g \cdot f) = (h \cdot g) \cdot f$;

г) если $f = \alpha(f) = \omega(f)$, то $g \cdot f = g$ и $g \cdot f = g$, когда эти произведения определены.

Отметим, что такое определение категории эквивалентно обычному. Действительно, если K — обычная категория, то, положив $Mor = MorK$ и $\alpha(f : X \to Y) = I_X, \omega(f : X \to Y) = I_Y$, видим эту эквивалентность. По Mor восстанавливается и обычная категория.

Из предыдущего следует, что для классического социона количество тождественных морфизмов-психоотношений равно 16, а нетождественных — 240. Расположим все эти морфизмы в матрицу-таблицу, строки и столбцы которой пронумеруем тождественными морфизмами. На пересечении i-й строки и j-го столбца находится морфизм f_{ij}, левый единичный морфизм которого $\alpha_i(f_{ij})$, а правый — $\omega_j(f_{ij})$. Таким образом, в этой матрице-таблице тождественные морфизмы играют роль психотипов матрицы Ляшкявичюса-Аугустинавичюте LA.

Как отмечалось нами в п. 6, в фаззионном соционе каждый фаззионный тип можно рассматривать как фаззионный подтип каждого из 16-ти идеальных типов. Числовой характеристикой того, насколько данный реальный тип близок к тому или иному типу, есть соответствующая функция принадлежности. Очевидно, что таких функций принадлежности будет 16, как и всех идеальных типов. Численные значения этих функций принадлежности могут быть равными любому числу из интервала $[0,1]$. Таким образом, наиболее полной числовой характеристикой фаззионного социона является матрица подтипов размером 16×16, каждый элемент которой является функцией принадлежности определенного типа другому типу. Так, элемент ν_{ij} — функция принадлежности i-го типа к j-му типу. Это означает, что i-й тип является подтипом j-го типу с функцией принадлежности ν_{ij}.

В случае классического социона ν_{ij} принимают значения 0 и 1, а матрица подтипов преобразуется в диагональную (единичную) матрицу, диагональные элементы которой равны 1, а недиагональные — 0.

Что же касается матрицы межтипных отношений LA в случае фаззионного социона, то она, вообще говоря, расщепляется на 16 матриц, поскольку каждый тип рассматривается как определенная соционно упорядоченная совокупность 16-ти подтипов всех 16 типов. Таким образом, в рамках этой матрицы фиксируется взаимодействие или межподтипные отношения подтипов данного типа. Сама же совокупность подтипов определенного типа характеризует внутреннюю психологическую инфраструктуру этого типа и значительным образом, по нашему мнению, структурирует подсознание (или глубинную психологию) реального типа. С другой стороны, межподтипные отношения данного типа также имеют фаззионный характер, а их диагностика пока что проблематична. Поэтому вместо рассмотрения 16-ти матриц можно ограничиться одной матрицей, столбцы и строки которой нумеруются типами или тождественными морфизмами. На пересечении строки и столбца находится функция принадлежности межтипного отношения, которое имеет место для данных типов в классической матрице LA.

Итак, в релятивной соционике межтипные отношения находятся при помощи диагностирования, а не по типам. При композиции межтипных отношений может использоваться как алгебра Заде-Кофмана с операциями $\oplus$, , так и алгебра Заде с операциями min и max.

8. О причинах феномена виртуально-реальной квазиабсурдности классической соционики: математический дискурс

Релятивная соционика и альтернативное определение категории через класс морфизмов дают возможность обнаружить существенные недостатки, которые проникли в ряд основных понятий соционики, связанных с типами и межтипными отношениями.

Как следует из п. 5 16 тождественных морфизмов играют роль 16 типов ИМ. А это означает, что в отличие от классической соционики, существует не один тождественный морфизм, а 16. Продолжая логическую линию соционики Аугустинавичюте и используя изоморфизм между тождественными морфизмами и ТИМами, мы приходим к абсурдному выводу, что классическая соционика рассматривает только один тип, который изоморфный одному тождественному морфизму классической соционики. Таким образом, сама классическая идея существования одного тождественного отношения в соционе является абсурдной.

К другому абсурду ведет постулирование 16 межтипных отношений, что существенно противоречит модели социона, представленной в виде категории, которая определяется через класс морфизмов. Это связано с тем, что релятивная модель социона обосновывает 240 нетождественных морфизмов. Кроме того, это означает, что в классической соционике каждое межтипное отношение искусственно, а точнее абсурдно классом эквивалентности, который состоит из принципиально разных отношений, поскольку они привязаны к разным 16 типам (а точнее 8 парам типов). Действительно, пары *дуалов* из первой квадры — это не пара *дуалов* из второй, третьей и четвертой квадр, поскольку эти *дуалы* не только по-разному именуются, но и содержательно наполняются разными психотипами. Более того, *дуальность* $Ду:\alpha_1 \to \alpha_2$ существенно отличается от *дуальности* $Ду:\alpha_2 \to \alpha_1$, поскольку первая *дуальность* активируется *интуитом*, а вторая — *сенсориком*. Кроме того, при любом определении композиции $\circ$ морфизмов-межтипных отношений (разные типы сложения или умножения) должны выполняться следующие равенства: $Ду \circ Ду : \alpha_1 \to \alpha_1 = I_{\alpha_1}$, $Ду \circ Ду : \alpha_2 \to \alpha_2 = I_{\alpha_2}$. В классической соционике $Ду = Ду = Ду$ и $I_{\alpha_1} = I_{\alpha_2} = I$, а этот факт снова ведет к абсурду, поскольку $Ду \circ Ду = Ду^2 \neq I$. То же самое относится и к другим так называемым «симметричным» межтипным отношениям. Да и само название симметричности является абсурдным, поскольку неравенство типа $Ду \neq Ду$ имеет место для всех «симметричных» отношений.

Учитывая предыдущее, необходимо пересмотреть с целью уточнения или устранения все вербальные характеристики межтипных отношений, поскольку их уже не 16, а 256, включая 16 *тождественных* отношений.

Несмотря на наши жесткие претензии относительно абсурдности определенных утверждений классической соционики, которые были обнародованы в другой форме еще в наших предыдущих работах [11, 15], мы предложили ряд математических моделей типов и межтипных отношений, где зондировалась концепция симметричности отношений и единого тождественного отношения [11]. Интересным результатом этой модели есть то, что межтипные отношения определяются непосредственно по психотипам. При этом использовалось бинарное кодирование и типов, и межтипных отношений. Хотя для восьми межтипных отношений кодирование оказалось неоднозначным, и это стало сигналом для построения математических моделей, в которых бы учитывалась несимметричность отношений.

9. О цветах и формоцветной соционике

Известно, что цвета используются в эзотерических учениях. Наиболее ярким в этом плане есть тибетский 60-летний календарь, в котором пять цветов (синий, красный, желтый, белый, черный) привязываются по определенному правилу к определенным годам, которые именуются некоторыми также по определенным правилам двенадцатью животными (крыса, бык, тигр, кролик, дракон, змея, конь, козел, обезьяна, курица, собака, свинья). С другой стороны в последнее время сформировалась концепция формоцветной соционики [12–14].

Нас интересуют цвета с точки зрения возможности моделирования цветов как объектов определенной категории, а особенно категории фаззионных объектов. Действительно, выбирая в качестве объектов базовой категории цветов все возможные цвета, а в качестве морфизмов — наложение цветов, представленных в виде прозрачных цветных объектов (стеклянных пластинок различной формы и т. п.), один на другого как объектов и кообъектов и получения в результате этого наложения-суперпозиции новых цветов-продуктов, мы получим искомую категорию цветов. При этом при построении фаззионной категории цветов можно выделить типовые цвета, к которым будут приравниваться другие «нетиповые» цвета для нахождения соответствующих функций принадлежности нетипового цвета к одному из типовых. В качестве типовых можно выбрать тройку цветов — зеленый, синий, красный, на которые разлагается белый цвет, а также семь цветов радуги или дисперсионный спектр, состоящий из следующих семи цветов — красный, оранжевый, желтый, зеленый, голубой, синий, фиолетовый. К дисперсионному спектру можно добавить «белый» или квазибелый цвет — прозрачная пластинка и черный цвет — непрозрачная пластинка. Кроме того, существуют дополнительные цвета — это цвета спектра, которые дополняют один другого к белому. В дальнейшем, по-видимому, целесообразно рассматривать белый цвет как типовый объект, а прозрачную пластинку как тождественный морфизм. Таким же образом необходимо рассматривать черный цвет как типовый объект, а непрозрачную пластинку как морфизм в финальный объект. Такой подход дает возможность построить категорную модель цветов или категорию цветов. Действительно, пусть объектами этой категории являются девять типовых цветов и те цвета, которые получаются из типовых путем наложения на них всех возможных прозрачных цветных пластинок. Очевидно, что цвета-продукты или цвета-кообъекты могут быть как типовыми, так и нетиповыми. Это зависит от цвета-объекта (типового или нетипового) и от цветной пластинки-морфизма. От этого также зависят величины функций принадлежности полученного цвета-продукта к типовым цветам. Очевидно, что для операции композиции морфизмов-пластинок выполняется закон ассоциативности, который состоит в том, что последовательное наложение двух пластинок эквивалентно наложению одной пластинки, цвет которой получается вследствие наложения на первую пластинку-морфизм второй пластинки-морфизма. По причине цветной прозрачности пластинок такое наложение является коммутативным. Очевидно, что морфизмы в категории цветов являются фаззионными морфизмами с определенными функциями принадлежности к типовым цветам.

Здесь напрашивается аналогия с моделированием фаззионных типов. Действительно, социон моделируется фаззионным топосом $\Omega - \mathrm{Set}$, в котором типы и межтипные отношения являются фаззионными сущностями. Подобный же топос образуется при построении категории цветов с той разницей, что количество типовых цветов может не совпадать с количеством идеальных соционических типов.

Еще одна аналогия возникает при рассмотрении чакр, поскольку ряд авторов, характеризуя чакру как энергию жизни в том смысле, что чакры как энергетические узлы выполняют роль приемников и передатчиков «вселенской» (информационной) энергии, описывают их основные функциональные свойства и некоторые умозрительные внешние признаки. Так, прежде всего, акцентируется внимание на движущих силах каждой чакры и целях, связанных с каждой из высших чакр. Кроме того, подаются цвета и кристаллы, которые помогают активизировать каждую из чакр.

Итак, первая чакра (муладхара), которая расположена возле основания позвоночника, — это стремление к выживанию, и этому благоприятствуют красный цвет и кристаллы рубина, граната, обсидиана. Вторая чакра (свадхистана), которая расположена в районе таза, — это преимущественно погоня за удовольствием при содействии оранжевого цвета и кристаллов янтаря и сердолика. Третья чакра (манипура) расположена в районе солнечного сплетения и является источником силы, а этому благоприятствуют желтый цвет и кристаллы янтаря, желтого турмалина, цитрина и топаза. Четвертая чакра (анахата) расположена в районе сердца и устремлена преимущественно на поиски любви при содействии зеленого (или розового) цвета и кристаллов авантюрина и розового кварца. Пятая чакра (вишудха) расположена в районе шеи и характеризуется как голос творения, которому благоприятствует небесно-голубой цвет и кристаллы целестина, аквамарина, хризопраза. Шестая чакра (аджна) расположена на лбу в точке на переносице и описывается как стремление к трансцендентальности, и этому содействуют синий цвет и кристаллы флюорита и индигового турмалина. И, наконец, седьмая чакра (сахасрара) расположена на верхней точке головы (макушке) и ориентирована на погружение в духовность, чему содействуют фиолетовый и белый цвета и кристалл прозрачного кварца.

Интересной является также информация, просочившаяся в средства массовой информации, относительно того, что чакры активизируются определенной пищей (овощами, фруктами), которая, в частности, характеризуется тем или иным цветом, благоприятным для определенной чакры.

По нашему мнению, категорная (топосная) модель системы чакр, а также циркуляции внутренней (информационной) энергии между чакрами по сушумне, иде и пингале даст возможность установить то общее, что есть в музыке (звукоряд), колористике (спектр цветов) и фонетике (звуковой алфавит). Тем более, что звуко-понятийный язык как первоязык человечества в интепретации Е. Павленко [16] соединяет в себе и цвета, и фонетику, и семантику.

Литература:

1. *Дубров Я. А.* Приципы аксиоматизации психоинформатики // Соционика, ментология и психология личности. — 2008. — №2. — С. 56–69.
2. *Голдблатт Р.* Топосы. Категорный анализ логики. — М., 1983. — 488 с.
3. *Плоткин Б. И.* Универсальная алгебра, алгоритмическая логика и базы данных. — М., 1991. — 448 с.
4. *Литвиненко И. Ю.* Модель «А»: стоя и на четвереньках // Соционика, ментология и психология личности. — 2003. — №2. — С. 18–26.
5. *Дубров Я. А.* Числовое представление соционической символики // Психология и соционика межличностных отношений. — 2008. — №3. — С. 53–54.
6. *Дубров Я.* Алгебра Аугустинавічюте-Жегалкіна логіко-динамічних систем та індуктивні методи тестування // Національні інтереси. — Ч. 8. — Львів. — 2003.— С. 192–206.
7. *Кофман А.* Введение в теорию нечетких множеств. — М., 1982. — 432 с.
8. *Дубров Я. А.* Вопросы моделирования качества как лингвистической переменной // Повышение качества электронно-лучевых приборов. — К., 1981. — С. 129-135.
9. *Рейнин Г.* Соционика. Типология. Малые группы. — СПб., 2005. — 240 с.
10. *Дубров Я. А.* Бинарные признаки Рейнина-Аугустинавичюте: бинарное кодирование типов и тернарное кодирование межтипных отношений // СМПЛ. — 2007. — №2. — С. 74–77.
11. *Дубров Я. О.* Алгебра Аугустинавічюте Homo Sapiens: основні концепції, моделі та теореми. Підвалини категорної соційоніки // Форум. — 2003. — №1. — С. 5–32.
12. *Бондаренко Я. А.* FCS: Формоцветная соционика. Ч. 1. Модель психики. — Донецк; К., 2002. — 36 с.
13. *Бондаренко Я. А.* FCS: Формоцветная соционика. Ч. 2. Эталонная таблица психических элементов. — Донецк; К., 2002. — 12 с.
14. *Бондаренко Я. А.* FCS: Формоцветная соционика. Ч. 3. Диагностика психоинформационных типов. — Донецк; К., 2002. — 40 с.
15. *Дубров Я. А.* Концептуальное и математическое моделирование в соционике // Соционика, ментология и психология личности.— 1999. — №5. — С. 55–66.
16. *Павленко Е.* Открытие от А до Э или Кто ты Человек? — Житомир, 1996. — 20 с.

Статья поступила в редакцию 21.10.2009 г.